

**EDUARDO MATOS GERMER**

**AVALIAÇÃO DO EFEITO DA GEOMETRIA DA SEÇÃO  
CONVERGENTE EM TUBEIRAS DE MOTOR-FOGUETE**

**CURITIBA**

**2014**

**EDUARDO MATOS GERMER**

**AVALIAÇÃO DO EFEITO DA GEOMETRIA DA SEÇÃO  
CONVERGENTE EM TUBEIRAS DE MOTOR-FOGUETE**

Tese apresentada como requisito parcial para a obtenção do título de doutor em Engenharia Mecânica no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PG-Mec) na área de Fenômenos de Transporte e Mecânica dos Sólidos, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof.Dr. Carlos Henrique Marchi

**CURITIBA**

**2014**

---

G373a

Germer, Eduardo Matos

Avaliação do efeito da geometria da seção convergente em tubeiras de motor-foguete / Eduardo Matos Germer. – Curitiba, 2014..  
205f. : il. [algumas color.] ; 30 cm.

Tese (doutorado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-graduação Engenharia Mecânica, 2014.

Orientador: Carlos Henrique Marchi

Bibliografia: p. 178-183.

1. Engenharia mecânica. 2. Dinâmica dos fluidos. I. Universidade Federal do Paraná. II. Marchi, Carlos Henrique. III. Título.

CDD: 620.1

---

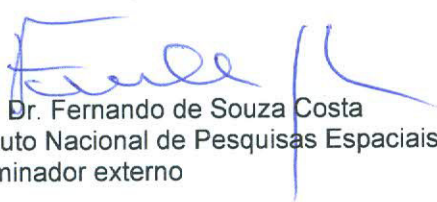
## TERMO DE APROVAÇÃO

EDUARDO MATOS GERMER


### AVALIAÇÃO DO EFEITO DA GEOMETRIA DA SEÇÃO CONVERGENTE EM TUBEIRAS DE MOTOR-FOGUETE

Tese aprovada como requisito parcial à obtenção do grau de Doutor em Engenharia Mecânica do Curso de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Paraná, área de concentração Fenômenos de Transporte e Mecânica dos Sólidos.


Banca Examinadora:




Prof. Dr. Fernando de Souza Costa  
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais  
Examinador externo




Prof. Dr. Admilson Teixeira Franco  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Examinador externo



Prof. Dr. Cayo Prado Fernandes Francisco  
Universidade Federal do ABC  
Examinador externo



Prof. Dr. Luciano Kiyoshi Araki  
Universidade Federal do Paraná  
Examinador interno



Prof. Dr. Carlos Henrique Marchi  
Universidade Federal do Paraná  
Presidente da Banca Examinadora

Curitiba, 15 de setembro de 2014.

À Ana Paula, minha esposa,  
às minhas filhas Clara, Beatriz e Sofia,  
aos meus pais Claus e Nilda,  
e à minha irmã Carolina.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Carlos Henrique Marchi, por ter aceitado me orientar neste trabalho e pelo conhecimento compartilhado.

Agradeço aos membros da banca examinadora, Prof. Dr. Admilson Teixeira Franco, Prof. Dr. Cayo Prado Fernandes Francisco, Prof. Dr. Fernando de Souza Costa e Prof. Dr. Luciano Kiyoshi Araki pelo tempo dispensado à leitura do trabalho e pelas sugestões apresentadas.

Agradeço aos integrantes do grupo de CFD da UFPR pela ajuda em todos os momentos necessários. Diego, Nicholas, Foltran, Ana, Fabiana, Guilherme, Jonas e a todos que me ajudaram neste projeto.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PG-MEC) da Universidade Federal do Paraná (UFPR) e ao Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) pelo auxílio durante o trabalho.

Agradeço à minha esposa Ana Paula e às minhas filhas, Clara, Beatriz e Sofia pela paciência e ajuda no desenvolvimento do projeto.

E finalmente agradeço aos meus pais e à minha irmã pela minha formação pessoal e profissional.

## RESUMO

Motores-foguete são propulsores com alta taxa de consumo de propelentes. Em veículos lançadores o peso de propelente fica geralmente na faixa de 80% a 90% de seu peso total. Aumentar a carga útil significa a necessidade de mais propelente, mais estrutura, e maior peso do veículo. Essa restrição justifica trabalhos para melhorar o desempenho do motor-foguete, sendo uma vertente deles o desenvolvimento de tubeiras mais eficientes. A literatura é extensa nas formas de obter um perfil divergente da tubeira que gere empuxo máximo, ou ainda a avaliação da influência do raio de curvatura da garganta, entre outros, porém poucos são os trabalhos que analisam o efeito da seção convergente na geração de empuxo. Neste trabalho é feita uma avaliação numérica da influência da seção convergente sobre o coeficiente de empuxo, o impulso específico, e o coeficiente de descarga de uma tubeira operando no vácuo. Para validação da solução numérica são utilizadas duas tubeiras cujos resultados experimentais estão disponíveis na literatura. As geometrias do convergente testadas são de tubeiras que têm os mesmos raios de garganta e de curvatura da garganta na região do divergente, além do mesmo comprimento do divergente e mesmas razões de áreas, tanto na entrada quanto na saída da tubeira. O fluido utilizado é o ar, modelado como gás termicamente perfeito, mas caloricamente imperfeito. O modelo físico considera a solução das equações de Euler com paredes adiabáticas. O perfil é axissimétrico em coordenadas generalizadas e a malha gerada na discretização é estruturada. O método dos volumes finitos é usado para discretização das equações que representam o fenômeno. A aproximação para termos advectivos é de primeira ordem e de segunda ordem para os termos difusivos e de pressão. O regime é permanente. As soluções numéricas mostram que a geometria do convergente pode variar em até 2,5% os coeficientes de empuxo e de descarga, com pouca variação do impulso específico. O raio de curvatura na garganta na parte do convergente é o fator de maior impacto no empuxo, seguido da inclinação do convergente. Já o raio de curvatura na transição da câmara de combustão/*plenum* para o convergente tem efeito pouco significativo.

Palavras-chave: Bocal convergente-divergente. Tubeira. Verificação. Validação. Dinâmica dos fluidos computacional (CFD).

## ABSTRACT

Rocket engines are propellers with high consumption rates of propellants. In launch vehicle the weight of propellant is generally in the range of 80% to 90% of its total weight. Heavy payloads require more propellant mass which means more structure and larger total vehicle weight. This motivates researches to improve the performance of rocket engines, and the development of high performance nozzles. The literature is extensive on methods to obtain divergent nozzle profile to generate maximum thrust, or the evaluation of the influence of the radius of curvature at the throat, among others. However there are relatively few studies about the effect of the convergent section of a nozzle to generate high thrust. This work numerically evaluates the influence of the convergent section on the coefficient of thrust, specific impulse, and the discharge coefficient of nozzle operating in a vacuum. Two nozzles are used to validate the numerical solution, which experimental results are available in the literature. The geometry of the convergent tested are part of nozzles who have the same throat radius and radius of curvature at the throat in the divergent region, same divergent section length and same area ratio at the inlet and at outlet of the nozzle. The fluid used is air, modeled as thermally perfect, but calorically imperfect. The physical model considers the solution of the Euler equations and adiabatic walls. The profile is axisymmetric in generalized coordinates and the mesh generated in the discretization is structured. The finite volume method is used for discretization of the equations that represent the phenomenon. The approach to convective terms is first order and second order for the diffusive terms and pressure. The regime is steady. The numerical solutions show that the geometry of the convergent may vary by up to 2.5% coefficients of thrust and discharge, with little variation in specific impulse. The radius of curvature at the throat of the convergent is the biggest factor in thrust, followed by the slope of the convergent. The radius of curvature at the transition from the combustion chamber / plenum to convergent has little significant effect.

Key-words: Convergent Divergent Nozzle. Nozzle. Verification. Validation. Computational Fluid Dynamics (CFD).



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1.1 – CÂMARA DE EMPUXO DO MOTOR-FOGUETE L5 A PROPELENTE LÍQUIDO (IAE) .....	18
FIGURA 2.1 – ESQUEMA DE TUBEIRA CÔNICA-CÔNICA .....	32
FIGURA 2.2 – ESQUEMA DAS TUBEIRAS 2.51BMG, 3.02BMG E 3.78BMG .....	35
FIGURA 3.1 – ESQUEMA DE UMA TUBEIRA [ADAPTADO DE SUTTON E BIBLARZ (2010, P. 34)] .....	49
FIGURA 3.2 – CONDIÇÕES DE OPERAÇÃO DA TUBEIRA.....	51
FIGURA 3.3 – ESBOÇO DO DOMÍNIO FÍSICO DA TUBEIRA E SUAS FRONTEIRAS .....	63
FIGURA 4.1 – SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS E CURVILÍNEAS GENERALIZADAS.....	78
FIGURA 4.2 – ESQUEMA GENÉRICO DA DIVISÃO DO DOMÍNIO FÍSICO EM 6 PARTES .....	78
FIGURA 4.3 – REPRESENTAÇÃO DE VOLUMES GENÉRICOS “P” REAL (A) E FICTÍCIO (B) .....	80
FIGURA 5.1 – DISTRIBUIÇÃO DA PRESSÃO ESTÁTICA ADIMENSIONALIZADA PELA DE ESTAGNAÇÃO AO LONGO DA TUBEIRA BMG30-15 (FONTE: FIGURA 1 DE BACK, MASSIER E GIER, 1965A, P.1608).....	91
FIGURA 5.2 – GRÁFICO FONTE PARA LEITURA DOS DADOS EXPERIMENTAIS DA TUBEIRA BMG45-15 (FONTE: FIGURA 3 DE BACK, MASSIER E GIER, 1965A, P.1610).....	94
FIGURA 5.3 – MODELO DO MARCADOR DE PRESSÃO PARA O TESTE 351 .....	96
FIGURA 5.4 – GRÁFICO $C_p \times T$ PARA OS MODELOS DE CALORES ESPECÍFICOS.....	98
FIGURA 5.5 – VARIAÇÃO DE “ $C_p$ ” PARA FAIXA DE “T” USADA NOS ESCOAMENTOS.....	99
FIGURA 5.6 – DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÕES NOS PONTOS 1 A 5 PARA A TUBEIRA BMG30-15.....	103
FIGURA 5.7 – DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÕES NOS PONTOS 6 A 9 PARA A TUBEIRA BMG30-15.....	104
FIGURA 5.8 – DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÕES NOS PONTOS 10 A 13 DA TUBEIRA BMG30-15 .....	105
FIGURA 5.9 – DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÕES NOS PONTOS 14 A 19 DA TUBEIRA BMG30-15 .....	105
FIGURA 5.10 – DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÕES NOS PONTOS 20 A 25 DA TUBEIRA BMG30-15 .....	106
FIGURA 5.11 – DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÕES NOS PONTOS 26 A 31 NA TUBEIRA BMG30-15 .....	106
FIGURA 5.12 – ERROS DE MODELAGEM RELATIVOS NAS SOLUÇÕES NUMÉRICAS DA PRESSÃO PARA OS PONTOS 1 A 8 DA TUBEIRA BMG30-15 .....	107
FIGURA 5.13 – ERROS DE MODELAGEM RELATIVOS NAS SOLUÇÕES NUMÉRICAS DA PRESSÃO PARA OS PONTOS 9 A 16 DA TUBEIRA BMG30-15 .....	108
FIGURA 5.14 - – ERROS DE MODELAGEM RELATIVOS NAS SOLUÇÕES NUMÉRICAS DA PRESSÃO PARA OS PONTOS 17 A 24 DA TUBEIRA BMG30-15 .....	108
FIGURA 5.15 – ERROS DE MODELAGEM RELATIVOS NAS SOLUÇÕES NUMÉRICAS DA PRESSÃO PARA OS PONTOS 25 A 31 DA TUBEIRA BMG30-15 .....	109
FIGURA 5.16 – DESENVOLVIMENTO DE CAMADA LIMITE EM PEQUENAS CÂMARAS DE EMPUXO (FONTE: ADAPTADO DE SMITH, 1988, P.18) .....	110
FIGURA 5.17 – VAZÃO MÁSSICA PARA A TUBEIRA BMG30-15 .....	110
FIGURA 5.18 – VAZÃO MÁSSICA SEM O MODELO TURBULENTO PARA A TUBEIRA BMG30-15 .....	111
FIGURA 5.19 – ERRO RELATIVO DE MODELAGEM DA VAZÃO MÁSSICA PARA A TUBEIRA BMG30-15 .....	112
FIGURA 5.20 - DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÕES NOS PONTOS 1 A 5 DA TUBEIRA BMG45-15.....	113
FIGURA 5.21 - DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÕES NOS PONTOS 6 A 10 DA TUBEIRA BMG45-15.....	113
FIGURA 5.22 - DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÕES NOS PONTOS 11 A 15 DA TUBEIRA BMG45-15.....	114
FIGURA 5.23 - DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÕES NOS PONTOS 16 A 19 DA TUBEIRA BMG45-15.....	114
FIGURA 5.24 – ERROS DE MODELAGEM RELATIVOS NAS SOLUÇÕES NUMÉRICAS DA PRESSÃO PARA OS PONTOS 1 A 5 DA TUBEIRA BMG45-15 .....	115
FIGURA 5.25 – ERROS DE MODELAGEM RELATIVOS NAS SOLUÇÕES NUMÉRICAS DA PRESSÃO PARA OS PONTOS 6 A 10 DA TUBEIRA BMG45-15 .....	116
FIGURA 5.26 – ERROS DE MODELAGEM RELATIVOS NAS SOLUÇÕES NUMÉRICAS DA PRESSÃO PARA OS PONTOS 11 A 15 DA TUBEIRA BMG45-15 .....	116
FIGURA 5.27 – ERROS DE MODELAGEM RELATIVOS NAS SOLUÇÕES NUMÉRICAS DA PRESSÃO PARA OS PONTOS 16 A 19 DA TUBEIRA BMG45-15 .....	117
FIGURA 5.28 – COEFICIENTE DE DESCARGA NA TUBEIRA BMG45-15 .....	117
FIGURA 5.29 – ERRO DE MODELAGEM RELATIVO DO COEFICIENTE DE DESCARGA PARA A TUBEIRA BMG45-15 .....	118
FIGURA 5.30 – COEFICIENTE DE EMPUXO NO VÁCUO ( $C_{FV}$ ) PARA A TUBEIRA BMG45-15.....	118
FIGURA 5.31 – ERRO RELATIVO DE MODELAGEM DO COEFICIENTE DE EMPUXO NO VÁCUO ( $C_{FV}$ ) PARA A TUBEIRA BMG45-15 .....	119
FIGURA 5.32 – CAMPO DE MACH PARA A TUBEIRA BMG45-15 (MODELO INVÍSCIDO).....	120
FIGURA 6.1 – ESQUEMA DAS TUBEIRAS PROTO 13, PROTO 14 E BMG30-15 .....	124

FIGURA 6.2 – PARÂMETROS DE DESEMPENHO PARA TUBEIRAS BMG30-15, PROTO 13 E PROTO 14 .....	125
FIGURA 6.3 – PRESSÕES NO DIVERGENTE NAS TUBEIRAS PROTO 13, PROTO 14 E BMG30-15.....	126
FIGURA 6.4 – ESQUEMA DAS TUBEIRAS BMG45-15, PROTO 2, PROTO 3 E PROTO 4 .....	128
FIGURA 6.5 – ESQUEMA DAS TUBEIRAS BMG45-15, PROTO 7A E PROTO 9 .....	128
FIGURA 6.6 – ESQUEMA DAS TUBEIRAS BMG45-15, PROTO 11 E PROTO 15 .....	128
FIGURA 6.7 – PARÂMETROS DE DESEMPENHO PARA TUBEIRAS BMG45-15, PROTO 2, PROTO 3, PROTO 4, PROTO 7A, PROTO 11 E PROTO 15 .....	129
FIGURA 6.8 – ESQUEMA DAS TUBEIRAS BMG45-15 E PROTO 8.....	131
FIGURA 6.9 – PARÂMETROS DE DESEMPENHO DA TUBEIRA PROTO 8 COMPARADA À BMG45-15.....	131
FIGURA 6.10 – ESQUEMA DAS TUBEIRAS PROTO 3 E PROTO 3C .....	132
FIGURA 6.11 – PARÂMETROS DE DESEMPENHO DAS TUBEIRAS PROTO 3 E PROTO 3C .....	132
FIGURA 6.12 – ESQUEMA DAS TUBEIRAS PROTO 4 E PROTO 4B .....	133
FIGURA 6.13 – PARÂMETROS DE DESEMPENHO DAS TUBEIRAS PROTO 4 E PROTO 4B .....	133
FIGURA 6.14 - ESQUEMA DAS TUBEIRAS PROTO 19, PROTO 22, PROTO 26 E PROTO 45 .....	135
FIGURA 6.15 – ESQUEMA DAS TUBEIRAS PROTO 31, PROTO 34, PROTO 37 E PROTO 41 .....	135
FIGURA 6.16 – PARÂMETROS DE DESEMPENHO DAS TUBEIRAS PROTO 19, PROTO 22, PROTO 26, PROTO 45, PROTO 31, PROTO 34, PROTO 37 E PROTO 41 .....	137
FIGURA 6.17 – ESQUEMA DAS TUBEIRAS PROTO 4, PROTO 23, PROTO 27 E PROTO 46 .....	138
FIGURA 6.18 – ESQUEMA DAS TUBEIRAS PROTO 30, PROTO 42, PROTO 38, BMG45-15 .....	138
FIGURA 6.19 – PARÂMETROS DE DESEMPENHO DAS TUBEIRAS PROTO 4, PROTO 23, PROTO 27, PROTO 30, PROTO 38, PROTO 42, PROTO 46 E BMG45-15.....	140
FIGURA 6.20 – ESQUEMA TUBEIRAS PROTO 20A, PROTO 24, PROTO 28 E PROTO 47 .....	141
FIGURA 6.21 – ESQUEMA DAS TUBEIRAS PROTO 32, PROTO 35, PROTO 39 E PROTO 43 .....	141
FIGURA 6.22 – PARÂMETROS DE PERFORMANCE DAS TUBEIRAS PROTO 20A, PROTO 24, PROTO 28, PROTO 32, PROTO 35, PROTO 39 E PROTO 43 .....	143
FIGURA 6.23 – ESQUEMA DAS TUBEIRAS PROTO 21, PROTO 25, PROTO 29 E PROTO 48 .....	144
FIGURA 6.24 – ESQUEMA DAS TUBEIRAS PROTO 33, PROTO 36, PROTO 40 E PROTO 44 .....	144
FIGURA 6.25 – PARÂMETROS DE DESEMPENHO DAS TUBEIRAS PROTO 21, PROTO 25, PROTO 29, PROTO 33, PROTO 36, PROTO 40, PROTO 44 E PROTO 48 .....	146
FIGURA 6.26 - VALORES DO NÚMERO DE MACH NO EIXO DE SIMETRIA E NA PAREDE, E SOLUÇÃO QUASE UNIDIMENSIONAL NA REGIÃO DE SAÍDA DAS TUBEIRAS.....	147
FIGURA 6.27 – LINHA SÔNICA ( $M=1$ ) .....	149
FIGURA 6.28 – ESQUEMA DAS COORDENADAS DA LINHA SÔNICA NA PAREDE E NO EIXO DE SIMETRIA.....	150
FIGURA 6.29 – DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO E MASSA ESPECÍFICA NA PAREDE, NO EIXO DE SIMETRIA E SOLUÇÃO QUASE UNIDIMENSIONAL PARA PROTO 31 E PROTO 37 .....	151
FIGURA 6.30 - DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO E MASSA ESPECÍFICA NA PAREDE, NO EIXO DE SIMETRIA E SOLUÇÃO QUASE UNIDIMENSIONAL PARA PROTO 30 E PROTO 38 .....	151
FIGURA 6.31 - DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO E MASSA ESPECÍFICA NA PAREDE, NO EIXO DE SIMETRIA E SOLUÇÃO QUASE UNIDIMENSIONAL PARA PROTO 32 E PROTO 39 .....	151
FIGURA 6.32 - ESQUEMA DAS TUBEIRAS PROTO 26, PROTO 27, PROTO 28 E PROTO 29 .....	153
FIGURA 6.33 - ESQUEMA DAS TUBEIRAS PROTO 37, PROTO 38, PROTO 39 E PROTO 40 .....	153
FIGURA 6.34 – PARÂMETROS DE DESEMPENHO DAS TUBEIRAS PROTO 26, PROTO 27, PROTO 28, PROTO 29, PROTO 37, PROTO 38, PROTO 39, PROTO 40.....	155
FIGURA 6.35 - ESQUEMA DAS TUBEIRAS PROTO 22, PROTO 23, PROTO 24 E PROTO 25 .....	156
FIGURA 6.36 - ESQUEMA DAS TUBEIRAS BMG45-15, PROTO 34, PROTO 35 E PROTO 36 .....	156
FIGURA 6.37 – PARÂMETROS DE DESEMPENHO DAS TUBEIRAS PROTO 22, PROTO 23, PROTO 24, PROTO 25, PROTO 34, PROTO 35, PROTO 36 E BMG45-15.....	158
FIGURA 6.38 - ESQUEMA DAS TUBEIRAS PROTO 45, PROTO 46, PROTO 47 E PROTO 48 .....	159
FIGURA 6.39 - ESQUEMA DAS TUBEIRAS PROTO 41, PROTO 42, PROTO 43 E PROTO 44 .....	159
FIGURA 6.40 – PARÂMETROS DE DESEMPENHO DAS TUBEIRAS PROTO 41, PROTO 42, PROTO 43, PROTO 44, PROTO 45, PROTO 46, PROTO 47 E PROTO 48 .....	161
FIGURA 6.41 - ESQUEMA DAS TUBEIRAS PROTO 4, PROTO 19, PROTO 20A E PROTO 33.....	162
FIGURA 6.42 - ESQUEMA DAS TUBEIRAS PROTO 30, PROTO 31, PROTO 32 E PROTO 33 .....	162
FIGURA 6.43 – PARÂMETROS DE DESEMPENHO DAS TUBEIRAS PROTO 4, PROTO 19, PROTO 20, PROTO 21, PROTO 30, PROTO 31, PROTO 32 E PROTO 33 .....	164
FIGURA 6.44 - DISTRIBUIÇÃO DO NÚMERO DE MACH E VELOCIDADE (COMPONENTE U) NA PAREDE, NO CENTRO E DA SOLUÇÃO 1D PARA TUBEIRAS PROTO 34 E PROTO 36 .....	166

FIGURA 6.45 - DISTRIBUIÇÃO DA PRESSÃO E MASSA ESPECÍFICA NA PAREDE, NO CENTRO E DA SOLUÇÃO 1D PARA TUBEIRAS PROTO 34 E PROTO 36.....	166
FIGURA 6.46 – CAMPO DE MACH PARA TUBEIRAS PROTO 34 E PROTO 36.....	166
FIGURA 6.47 – DISTRIBUIÇÃO DO NÚMERO DE MACH E PRESSÃO NA PAREDE, NO CENTRO E DA SOLUÇÃO 1D PARA TUBEIRAS PROTO 37 E PROTO 40 .....	167
FIGURA 6.48 – DISTRIBUIÇÃO DO NÚMERO DE MACH E PRESSÃO NA PAREDE, NO CENTRO E DA SOLUÇÃO 1D PARA TUBEIRAS PROTO 41 E PROTO 44 .....	167
FIGURA 6.49 – DISTRIBUIÇÃO DO NÚMERO DE MACH E PRESSÃO NA PAREDE, NO CENTRO E DA SOLUÇÃO 1D PARA TUBEIRAS PROTO 31 E PROTO 33 .....	167
FIGURA 6.50 – LINHA SÔNICA ( $M=1$ ).....	169

## LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1 – DADOS DAS TUBEIRAS BMG30-15 E BMG45-15 TENDO POR BASE A FIGURA 2.1 .....	36
TABELA 2.2 – DADOS DAS TUBEIRAS 2.51BMG, 3.02BMG E 3.78BMG .....	37
TABELA 2.3 – TUBEIRAS USADAS EM TRABALHOS EXPERIMENTAIS .....	37
TABELA 2.4 – TUBEIRAS USADAS EM TRABALHOS NUMÉRICOS PARA VALIDAÇÃO .....	38
TABELA 3.1- VALORES DE REFERÊNCIA PARA EQ.(3.28) .....	61
TABELA 3.2 – TERMOS DA EQ. (3.29) .....	62
TABELA 4.1 – APROXIMAÇÃO DOS TERMOS DIFUSIVOS .....	79
TABELA 4.2 – APROXIMAÇÃO DOS TERMOS ADVECTIVOS E DE PRESSÃO .....	80
TABELA 4.3 – CONDIÇÕES DE CONTOURNO APLICADAS NAS FRONTEIRAS .....	82
TABELA 4.4 – COMPUTADORES UTILIZADOS NAS SIMULAÇÕES .....	88
TABELA 5.1 – RESULTADOS DE PRESSÃO DO TESTE 268 PARA A TUBEIRA BMG30-15 .....	92
TABELA 5.2. MÉDIAS DOS ERROS RELATIVOS DOS 19 PONTOS DE PRESSÃO AVALIADOS PARA TUBEIRA BMG45-15 COM DADOS DO TESTE 351 .....	96
TABELA 5.3 – MÉDIA DOS ERROS RELATIVOS DAS MEDIDAS DE PRESSÃO PARA OS 19 PONTOS AVALIADOS .....	97
TABELA 5.4 – COMPARATIVO DAS SIMULAÇÕES USANDO OS MODELOS DE $C_p$ .....	100
TABELA 5.5 – MÓDULOS DOS ERROS DE MODELAGEM RELATIVOS DAS PRESSÕES (MÉDIA) E VAZÃO MÁSSICA .....	101
TABELA 5.6 – AVALIAÇÃO DE SENSIBILIDADE DE MALHA .....	102
TABELA 5.7 – ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE MALHA .....	119
TABELA 5.8 – ERRO RELATIVO DE MODELAGEM DAS MÉDIAS DAS PRESSÕES .....	121
TABELA 6.1 – TUBEIRAS AVALIADAS .....	127
TABELA 6.2 – COMPARATIVO ENTRE TUBEIRAS COM RAZÃO DE RAIOS 0,375 .....	136
TABELA 6.3 – IMPACTO DO RAO $R_{c1}$ EM TUBEIRAS COM RAZÃO DE RAO 0,375 .....	136
TABELA 6.4 – COMPARATIVO DAS TUBEIRAS COM RAZÃO DE RAIOS 0,625 .....	139
TABELA 6.5 – IMPACTO DO RAO $R_{c1}$ EM TUBEIRAS COM RAZÃO DE RAIOS 0,625 .....	139
TABELA 6.6 – COMPARATIVO DE TUBEIRAS COM RAZÃO DE RAIOS 1,0 .....	142
TABELA 6.7 – IMPACTO DO RAO $R_{c1}$ PARA TUBEIRAS COM RAZÃO DE RAIOS 1,0 .....	142
TABELA 6.8 – COMPARATIVO DAS TUBEIRAS COM RAZÃO DE RAIOS 1,5 .....	145
TABELA 6.9 – EFEITO DO RAO $R_{c1}$ EM TUBEIRAS COM RAZÃO DE RAIOS 1,5 .....	145
TABELA 6.10 – CARACTERÍSTICAS DAS TUBEIRAS AVALIADAS .....	147
TABELA 6.11 - POSIÇÃO DA LINHA SÔNICA NA PAREDE E NA LINHA DE SIMETRIA COM $x=0$ NA GARGANTA .....	150
TABELA 6.12 - COMPARATIVO DE TUBEIRAS COM SEMIÂNGULO DE CONVERGENTE DE 30º .....	154
TABELA 6.13– COMPARATIVO DE TUBEIRAS COM SEMIÂNGULO DE CONVERGENTE DE 45º .....	157
TABELA 6.14 – COMPARATIVO DE TUBEIRAS COM SEMIÂNGULO DE CONVERGENTE DE 60º .....	160
TABELA 6.15 – COMPARATIVO DE TUBEIRAS COM SEMIÂNGULO DE CONVERGENTE DE 80º .....	163
TABELA 6.15 – CARACTERÍSTICAS DAS TUBEIRAS AVALIADAS .....	165
TABELA 6.16 – POSIÇÃO DA LINHA SÔNICA NA PAREDE E NA LINHA DE SIMETRIA COM $x=0$ NA GARGANTA .....	170

## LISTA DE SIGLAS

AEB	–	Agência Espacial Brasileira
BL	–	Baldwin-Lomax
CD	–	Convergente-divergente
CFD	–	Dinâmica dos fluidos computacional ( <i>Computational fluid dynamics</i> )
CDS	–	Esquema de diferenças centrais ( <i>Central difference scheme</i> )
DNS	–	Simulação numérica direta ( <i>Direct Numerical Simulation</i> )
EUA	–	Estados Unidos da América
GCI	–	<i>Grid Convergence Index</i>
GGD	–	<i>Getdata Graph Digitizer</i>
JAXA	–	<i>Japan Aerospace Exploration Agency</i>
JPL	–	Laboratório de propulsão a jato ( <i>Jet Propulsion Laboratory</i> )
LES	–	<i>Large Edge Simulation</i>
MDO	–	Otimização multidisciplinar ( <i>Multi disciplinary optimization</i> )
MOC	–	Método das características ( <i>Method of characteristics</i> )
MSI	–	<i>Modified strongly implicit procedure</i>
MVF	–	Método dos volumes finitos
NASA	–	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
NRC	–	<i>National research council</i>
PNAE	–	Programa Nacional de Atividades Espaciais
RBCC	–	<i>Rocket based combined cycle</i>
SINDAE-	–	Sistema nacional de desenvolvimento de atividades espaciais
SSTO	–	<i>Single stage to orbit</i>
TBCC	–	<i>Turbine based combined cycle</i>
TDK	–	<i>Two dimensional kinetics</i>
TDMA-	–	<i>Tri Diagonal Matrix Algorithm</i>
TIC	–	Contorno ideal truncado ( <i>Truncated ideal contour</i> )
TOC	–	Contorno para empuxo otimizado ( <i>Thrust optimized contour</i> )
TOP	–	Parabólica de empuxo otimizado ( <i>Thrust Optimised Parabola</i> )
TVD	–	<i>Total variation diminishing</i>
UDS	–	<i>Upwind difference scheme</i>
VLS	–	Veículo lançador de satélites

## LISTA DE SÍMBOLOS

A	–	Área	[m <sup>2</sup> ]
C	–	Coeficiente	[1 <sup>1</sup> ]
c	–	Calor específico	[J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
E	–	Erro	[1]
F	–	Empuxo	[N]
f	–	Graus de liberdade energéticos	[1]
g	–	Aceleração da gravidade ao nível do mar (g=9,8066 m.s <sup>-2</sup> )	[m.s <sup>-2</sup> ]
h	–	Tamanho do elemento de malha	[m]
I	–	Impulso	[N.s <sup>-1</sup> ]
k	–	Condutividade térmica	[W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
m	–	Massa	[kg]
$\dot{m}$	–	Vazão mássica	[kg.s <sup>-1</sup> ]
M	–	Número de Mach	[1]
n	–	Número de volumes de controle no domínio físico	[1]
p	–	Pressão	[Pa]
Pr	–	Número de Prandtl	[1]
q	–	Razão de refino da malha	[1]
$\mathcal{R}$	–	Constante do gás	[J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
R	–	Raio	[m]
Re	–	Número de Reynolds	[1]
S	–	Termo fonte das equações representativas do escoamento	[1]
T	–	Temperatura	[K]
t	–	Tempo	[s]
u	–	Componente axial do vetor velocidade	[m.s <sup>-1</sup> ]
u	–	Energia interna (nas Eqs.3.20, 3.21 e 3.22)	[J.kg <sup>-1</sup> ]
U	–	Incerteza	[1]
U	–	Velocidade contravariante	[m s <sup>-1</sup> ]
v	–	Componente radial do vetor velocidade	[m s <sup>-1</sup> ]
V	–	Velocidade contravariante	[m s <sup>-1</sup> ]
x	–	Coordenada axial	[m]
y	–	Coordenada radial	[m]
Z	–	Fator de compressibilidade	[1]

---

<sup>1</sup> Representação de adimensionalidade pela unidade SI coerente 1 (INMETRO, 2007, p. 30)

## Símbolos Gregos

$\alpha$	–	Semiângulo do convergente	[°]
$\beta$	–	Semiângulo do divergente	[°]
$\gamma$	–	Razão de calores específicos	[1]
$\Delta$	–	Variação	[1]
$\varepsilon$	–	Razão de áreas	[1]
$\lambda$	–	Razão de comprimentos	[1]
$\tau$	–	Período de tempo na turbulência	[s]
$\rho$	–	Massa específica	[kg.m <sup>-3</sup> ]
$\mu$	–	Viscosidade dinâmica	[Pa.s]
$\Theta$	–	Temperatura de referência	[K]
$\Gamma$	–	Propriedade genérica	[1]
$\Phi$	–	Propriedade genérica	[1]
$\nu$	–	Viscosidade cinemática	[m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\Omega$	–	Vorticidade	[s <sup>-1</sup> ]

## Subscrito

0	–	Condição de estagnação
1	–	Entrada da tubeira
2	–	Saída da tubeira
3	–	Ambiente
1D	–	Unidimensional
C	–	Contração
C1	–	Curvatura entre a entrada da tubeira e o convergente
C2	–	Curvatura entre o convergente e a garganta
C3	–	Curvatura entre a garganta e o divergente
D	–	Descarga
E	–	Expansão
ef	–	Efetiva
F	–	Empuxo
f	–	Malha fina
g	–	Malha grossa
GCI	–	Estimador GCI
M	–	Molecular
p	–	Pressão
R	–	Raios

r	–	Indica uma propriedade de referência
s	–	Indica uma propriedade “específica” (independente da massa)
sg	–	Malha super grossa
t	–	Garganta
T	–	Turbulência
v	–	Volume específico
x	–	Direção “x”
y	–	Direção “y”
w	–	Parede

### **Superescrito**

$\Phi$	–	Assume valores m, u, v e T (equações da conservação)
P	–	Ordens verdadeiras e ordem assintótica do erro
P	–	Ordem do erro



# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>17</b>
1.1	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA .....	17
1.2	IMPORTÂNCIA DO PROBLEMA .....	20
1.3	OBJETIVOS .....	25
1.4	ORGANIZAÇÃO DO TEXTO .....	26
1.5	RESUMO .....	26
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>28</b>
2.1	OTIMIZAÇÃO DO PERFIL DIVERGENTE .....	28
2.2	REGIÃO TRANSÔNICA.....	32
2.3	PERFIL CONVERGENTE.....	33
2.4	DADOS EXPERIMENTAIS .....	36
2.5	MODELAGEM FÍSICA .....	41
2.5.1	<i>Fluido.....</i>	<i>41</i>
2.5.2	<i>Efeitos viscosos e turbulência .....</i>	<i>43</i>
2.5.3	<i>Troca de calor.....</i>	<i>45</i>
2.6	RESUMO .....	46
<b>3</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>49</b>
3.1	TUBEIRA.....	49
3.2	CONDIÇÕES DE OPERAÇÃO DA TUBEIRA .....	50
3.3	EQUAÇÃO DO FOGUETE OU LEI DE TSIOLKOVSKI .....	52
3.4	EMPUXO .....	53
3.5	IMPULSO ESPECÍFICO ( $I_s$ ) .....	54
3.6	COEFICIENTE DE EMPUXO ( $C_F$ ) .....	54
3.7	COEFICIENTE DE DESCARGA ( $C_D$ ) .....	55
3.8	CONDIÇÕES DE ANÁLISE PARA O FOGUETE IDEAL.....	55
3.9	ESCOAMENTO ISENTRÓPICO ATRAVÉS DO BOCAL.....	56
3.9.1	<i>Velocidade, pressão e temperatura ao longo da tubeira .....</i>	<i>56</i>
3.9.2	<i>Vazão mássica .....</i>	<i>57</i>
3.9.3	<i>Condições de Garganta .....</i>	<i>57</i>
3.9.4	<i>Empuxo (<math>F</math>).....</i>	<i>57</i>
3.9.5	<i>Impulso Específico (<math>I_s</math>).....</i>	<i>57</i>
3.10	CONSIDERAÇÕES SOBRE O AR.....	58
3.11	MODELO MATEMÁTICO .....	62
3.12	CONSIDERAÇÕES SOBRE A TURBULÊNCIA .....	64
3.13	ERRO NUMÉRICO .....	65
3.13.1	<i>Estimadores de erros de discretização .....</i>	<i>66</i>
3.14	RESUMO DO CAPÍTULO .....	70
<b>4</b>	<b>MODELAGEM NUMÉRICA.....</b>	<b>71</b>
4.1	MODELOS MATEMÁTICOS E NUMÉRICOS .....	71
4.2	DISCRETIZAÇÃO .....	77
4.3	ALGORITMO.....	83
4.4	PÓS-PROCESSAMENTO.....	84
4.5	PROGRAMAÇÃO.....	86
4.6	RECURSOS COMPUTACIONAIS.....	87
4.7	RESUMO DO CAPÍTULO .....	88
<b>5</b>	<b>VALIDAÇÃO .....</b>	<b>90</b>
5.1	DADOS EXPERIMENTAIS - TUBEIRA BMG30-15 .....	90
5.2	DADOS EXPERIMENTAIS – TUBEIRA BMG45-15 .....	93
5.3	SOLUÇÃO NUMÉRICA DAS PRESSÕES NOS PONTOS EXPERIMENTAIS.....	95

5.4	DEFINIÇÃO DO MODELO DE CALORES ESPECÍFICOS .....	97
5.5	VALIDAÇÃO NA TUBEIRA BMG30-15.....	102
5.6	VALIDAÇÃO DA TUBEIRA BMG45-15 .....	112
5.7	OUTRAS VALIDAÇÕES .....	120
5.8	RESUMO .....	121
<b>6</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>123</b>
6.1	TUBEIRAS COM ELEVADAS RAZÕES DE RAIOS .....	124
6.2	TUBEIRAS COM BAIXA RAZÃO DE RAIOS.....	127
6.3	EFEITO DO RAIOS DE CURVATURA $R_{c1}$ EM TUBEIRAS COM BAIXA RAZÃO DE RAIOS .....	130
6.4	EFEITO DO SEMIÂNGULO (INCLINAÇÃO) DO CONVERGENTE .....	134
6.4.1	<i>Tubeiras com razão de raios 0,375 .....</i>	<i>135</i>
6.4.2	<i>Tubeiras com razão de raios 0,625 .....</i>	<i>138</i>
6.4.3	<i>Tubeiras com razão de raios 1,0 .....</i>	<i>141</i>
6.4.4	<i>Tubeiras com razão de raios 1, 5 .....</i>	<i>143</i>
6.4.5	<i>Conclusões sobre o efeito da inclinação do convergente .....</i>	<i>146</i>
6.5	EFEITO DO RAIOS DE CURVATURA $R_{c2}$ EM TUBEIRAS COM BAIXA RAZÃO DE RAIOS .....	152
6.5.1	<i>Tubeiras com semiângulo de convergente de 30º .....</i>	<i>152</i>
6.5.2	<i>Tubeiras com semiângulo de convergente de 45º .....</i>	<i>156</i>
6.5.3	<i>Tubeiras com semiângulo de convergente de 60º .....</i>	<i>159</i>
6.5.4	<i>Tubeiras com semiângulo de convergente de 80º .....</i>	<i>162</i>
6.5.5	<i>Conclusões sobre o efeito do raio de curvatura <math>R_{c2}</math>.....</i>	<i>165</i>
6.6	RESUMO DO CAPÍTULO .....	170
<b>7</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>173</b>
7.1	CONSTATAÇÕES GERAIS .....	173
7.2	CONTRIBUIÇÕES: .....	176
7.3	INDICAÇÃO DE TRABALHOS FUTUROS:.....	176
<b>REFERÊNCIAS178</b>		
<b>APÊNDICE A. COEFICIENTES E TERMOS FONTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES PARA A SOLUÇÃO DO ESCOAMENTO INVÍSCIDO (EULER).....184</b>		
A.1.	COEFICIENTES E TERMOS FONTE PARA OS VOLUMES REAIS .....	184
A.2.	COEFICIENTES E TERMOS FONTE PARA OS VOLUMES FICTÍCIOS.....	189
<b>APÊNDICE B. OBTENÇÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS DE PRESSÃO DA TUBEIRA BMG45-15.....193</b>		
<b>APÊNDICE C. GRÁFICOS ADICIONAIS DA VALIDAÇÃO. ....197</b>		
C.1.	TUBEIRA BMG30-15.....	197
C.2.	TUBEIRA BMG45-15.....	198
C.3.	CAMPO DE PRESSÕES DAS TUBEIRAS 1.64BMG, 2.51BMG E 4.02BMG .....	199
<b>APÊNDICE D. GRÁFICOS ADICIONAIS DA SEÇÃO 6.4.....201</b>		
<b>APÊNDICE E. GRÁFICOS ADICIONAIS DA SEÇÃO 6.5.....204</b>		

# 1 INTRODUÇÃO

Este capítulo inicial tem como objetivo definir o problema tratado nesse trabalho, que consiste na avaliação da influência da geometria do bocal convergente no desempenho de uma tubeira<sup>2</sup>. Também fazem parte dessa introdução a motivação, os objetivos, a estrutura do documento, assim como um resumo do capítulo.

## 1.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

O transporte de passageiros ou cargas em viagens espaciais, o envio de satélites para órbita terrestre, ou mesmo o transporte de explosivos (mísseis balísticos) com fins militares são realizados por meio de foguetes.

Considera-se foguete qualquer veículo que tenha sua força motriz gerada pela exaustão de gases resultando em troca de quantidade de movimento entre esses e o veículo. A essa força motriz denominou-se empuxo.

Os gases de exaustão são originários da queima<sup>3</sup> de propelentes (combustível e oxidante) estocados inteiramente no próprio veículo, especificidade que exclui os aviões a jato e os estado-reatores (*ramjets* e *scramjets*) dessa categoria, uma vez que esses só armazenam o combustível.

Foguetes já eram utilizados no século XI por chineses, mongóis e árabes em conflitos militares na Ásia, sendo trazido para a Europa pelo exército inglês, no fim do século XVIII. O Congreve<sup>4</sup>, de 1804, foi o primeiro foguete inglês que se tem registro. Este projétil usava propelente sólido e tinha alcance de 2,5 km.

No fim do século XIX um professor russo, Konstantin Eduardovich Tsiolkovski (1857-1935), propõe o uso de foguetes para a exploração espacial, uma vez que podem operar no vácuo. Indica ainda os primeiros conceitos de como fazer

---

<sup>2</sup> O trabalho tratará o bocal convergente-divergente por “tubeira” quando este dispositivo for aplicado a motores-foguete, por ser uma denominação mais usual na área aeroespacial.

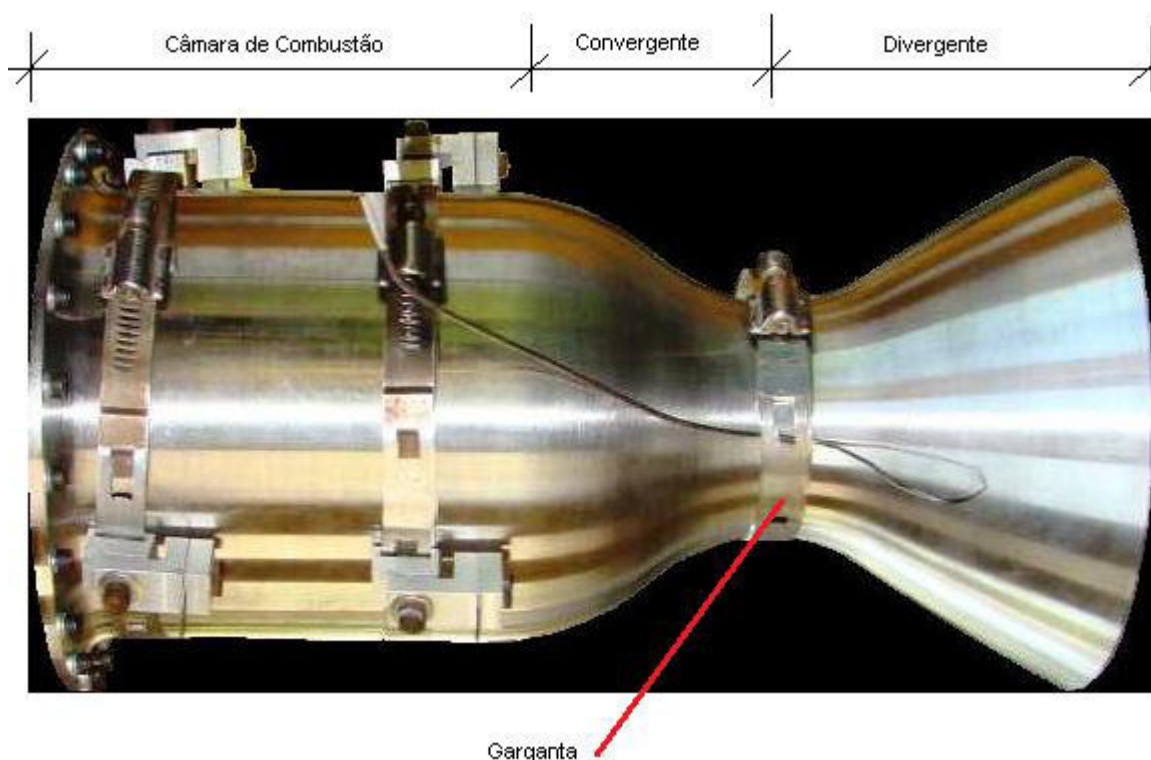
<sup>3</sup> Para o caso de propulsão química

<sup>4</sup> Nome dado em homenagem ao soldado William Congreve, que desenhou o projétil.

um voo espacial, sugerindo o uso de propelentes líquidos (oxigênio e hidrogênio) além de prever a utilização de foguetes de vários estágios.

Nos Estados Unidos da América (EUA) Robert Hutchings Goddard (1882-1945) se destaca no estudo de foguetes. Em 1915 ele verificou que todas as configurações de foguetes disponíveis tinham baixa eficiência. Somente 2% da energia do propelente era transformada em energia cinética. Uma das formas de melhorar este parâmetro foi usar um bocal do tipo De Laval, com isto a eficiência subiu para aproximadamente 64% (GODDARD, 1919, p.12-17). Em 1926 lançou o primeiro foguete a propelente líquido, usando oxigênio líquido e gasolina, que voou por 2,5 s e atingiu uma altitude de 12,5 m.

O bocal De Laval, ou bocal convergente-divergente (CD), é usado nos motores-foguete para obtenção de empuxo. Neste trabalho serão denominados tubeiras. A Figura 1.1 mostra uma câmara de empuxo onde o bocal CD (tubeira) é utilizado.



**Figura 1.1 – Câmara de empuxo do motor-foguete L5 a propelente líquido (IAE)<sup>5</sup>**

<sup>5</sup> Fonte: <http://brazilianspace.blogspot.com.br/2012/07/motor-l5-solucao-ecologica-para-acesso.html>

Na Alemanha, Herman Oberth (1884-1992) é nome importante no desenvolvimento inicial do tema. Em 1929 testa uma câmara de combustão cônica, denominada *Kegeldüse*<sup>6</sup>, juntamente com Wernher Von Braun (1912-1977). Esta configuração queimou 6 kg de oxigênio líquido e 1 kg de gasolina por 90 segundos, produzindo 68,6 N (7 kgf) de empuxo.

Von Braun se torna personagem relevante no desenvolvimento de atividades de propulsão e em 1932, fazendo parte da equipe de Walter Dornberger (1895-1980), lança o primeiro foguete a propelente líquido do exército alemão. Na sequência vem o A-2 (*Aggregat-2*) e o A-3, e finalmente, em 1942, o A-4, que seria rebatizado V-2 (*Vergeltungswaffe*<sup>7</sup>-2).

O V-2 foi um veículo excepcional para a época, tendo sido o primeiro foguete a superar a velocidade do som. Tinha 14 metros de altura, estágio único e pesava cerca de 14 toneladas. Podia carregar uma carga de aproximadamente 700 kg atingindo uma faixa de 320 a 360 quilômetros. Utilizava como propelentes etanol e oxigênio líquido.

Na URSS os personagens mais importantes no desenvolvimento aeroespacial são Valentin Glushko (1908-1989), responsável pelo desenvolvimento dos motores-foguete, e Sergei Pavlovich Korolev (1906-1966) responsável pelo foguete, e que foi o mentor do programa espacial soviético até pouco depois do lançamento do Sputnik.

No Brasil as atividades aeroespaciais têm início na década de 1960. O país desenvolveu duas famílias de lançadores suborbitais, as famílias SONDA e VS, sendo que somente a última se mantém operacional. Todas desenvolvidas com base em propulsão sólida.

Atualmente o desenvolvimento da propulsão líquida é um objetivo importante para o Programa Espacial Brasileiro. O Programa Nacional de Atividades Espaciais (PNAE) para o período de 2012-2021 cita, como um dos projetos estruturantes, o desenvolvimento de veículos lançadores baseados no Programa Cruzeiro do Sul (AGÊNCIA ESPACIAL BRASILEIRA, 2012). Um desses veículos, o VLS-Alpha, tem por base o atual Veículo Lançador de Satélites (VLS), mas prevendo o uso de propulsão líquida em seu estágio superior.

---

<sup>6</sup> <https://airandspace.si.edu/collections/artifact.cfm?id=A19850813000>

<sup>7</sup> *Vergeltungswaffe* significa arma de vingança, retaliação

## 1.2 IMPORTÂNCIA DO PROBLEMA

Atualmente as atividades de pesquisa na área aeroespacial têm como um de seus desafios a redução dos custos das missões, tanto as terra-órbita quanto as terra-espaço.

Essa necessidade é evidenciada nos trabalhos publicados na área tais como Hagemann, Krülle e Manski (1995, p. 1), Korte *et al.* (1997, p. 2), Jue e Kuck (2002, p.1-6), Haidn (2008, p. 26), Cai *et al.* (2007), Ketsdever *et al.* (2008, p. 1), entre outros. Hagemann *et al.* (1998, p. 620), por exemplo, justificam seu trabalho pela necessidade de redução de custos no lançamento terra-órbita, assim como pela busca por confiabilidade e eficiência operacional. Identifica essas como demandas chave no futuro dos sistemas de transporte espacial, como o lançador de único estágio para órbita (SSTO).

O relatório do NRC (*National Research Council*) de 2009, que elabora novas diretrizes para o trabalho da NASA (*National Aeronautics and Space Administration*), já aponta esse aspecto de forma mais explícita. Se antes a agência tinha grande apoio financeiro do governo, a nova realidade mostra que:

A liderança futura dos EUA no espaço requer avanços tecnológicos sustentáveis que possam habilitar o desenvolvimento de espaçonaves e veículos lançadores de mais capacidade, confiabilidade, e baixo custo, para desta forma atingir os objetivos do programa espacial [...] suporte financeiro para esta base tecnológica foi reduzida durante os anos. (NRC, 2009, p.56).

O relatório ainda indica alguns outros objetivos, e com base nesses define 14 áreas de tecnologia a serem desenvolvidas nos próximos 5 a 30 anos, sendo duas delas de interesse deste trabalho: a primeira a de sistemas de propulsão para lançamentos (*Launch Propulsion Systems*); e a segunda a de tecnologias de propulsão no espaço (*In-Space Propulsion Technologies*).

Sobre os sistemas de lançamento diz que as tecnologias fundamentais são baseadas em propulsão química, muito antiga, indicando que apenas pequenas melhorias são possíveis nesta área, e que tecnologias revolucionárias não são atingíveis no curto prazo. Define os Ciclos Combinados Baseado em Turbinas (*Turbine Based Combined Cycle*, ou TBCC) e os Ciclos Combinados Baseados em Foguete (*Rocket Based Combined Cycle*, ou RBCC) como os sistemas de propulsão mais promissores e atingíveis no curto/médio prazo. A meta principal é melhorar o

acesso ao espaço através de redução no custo total, além de aumentar a confiabilidade e segurança das missões.

Já com base nas tecnologias de propulsão no espaço (*In-Space Propulsion Technologies*), definiu-se como linhas de estudo a propulsão elétrica, o armazenamento e transferência de propelente, a propulsão termo-nuclear e a micro-propulsão.

A NRC de 2012 ao abordar o assunto entende que no campo da propulsão é necessária uma revolução tecnológica para maiores conquistas, mas na falta destes, pelo menos no curto prazo indica o desenvolvimento dos sistemas de propulsão químicos atuais, mesmo que combinados com outros sistemas a jato (*air-breathing systems*). Ou seja, ainda não se pode prescindir da boa relação empuxo/peso obtida pelos foguetes a propelentes químicos.

Essas são as diretrizes do programa espacial que ainda tem o maior orçamento em termos mundiais, indicando que atingir custos que tornem o acesso ao espaço mais frequente é uma importante meta dos programas espaciais.

Para citar outro exemplo de fora dos EUA, na descrição da visão da JAXA (*Japan Aerospace Exploration Agency*) um dos pontos é o estabelecimento de sistemas de transporte espacial de classe mundial, tanto de veículos lançadores quanto veículos de transferência orbital com alta confiabilidade e competitividade mundial.

Se os países desenvolvidos buscam reduzir este custo para aumentar a frequência de acesso ao espaço e ampliar os serviços prestados (ex. turismo espacial) com competitividade, programas, como o brasileiro, têm nas escassas verbas sua motivação mais primordial. Desta forma a elevação da relação “resultados / recurso investido” torna-se muito mais importante.

Considerando que a propulsão de foguetes tem alto consumo de propelente, aproximadamente 90% do peso de um veículo lançador é desse material, pequenas melhorias no sistema de propulsão podem trazer resultados significativos em relação a custos. Com isto, o aprimoramento do desempenho de tubeiras pode auxiliar na superação das atuais necessidades do setor.

Segundo Caisso *et al.* (2009) cada segundo ganho em impulso específico reflete em aumentos significativos de carga útil. No caso do Ariane esse aumento é de 100 kg de carga útil para cada segundo.

Na região divergente da tubeira ocorre a expansão dos gases, atingindo velocidades supersônicas, sendo parte importante na geração de empuxo. Adicione-se o fato dessa seção ser muito maior que a seção convergente, resulta que as tubeiras são classificadas conforme seu formato nessa região. Tem-se então as tubeiras cônicas, tipo sino, duplo sino, parabólicas, tampão (*plug*), entre outras.

As primeiras tubeiras utilizadas em motores-foguete foram cônicas. Era um tipo de fácil manufatura e também não havia uma metodologia para o projeto de contornos mais eficientes (HUSSAINI e KORTE, 1996, p.2). Esse tipo de tubeira apresenta dois inconvenientes principais, o primeiro de poder ser muito longa e pesada para as razões de área necessárias. O segundo as perdas por divergência, ou seja, não produzir exaustão diretamente axial. Isto ocorre de forma mais intensa em tubeiras com grande semiângulo de convergente (RAO, 1958).

A tubeira ideal é a que produz velocidade uniforme e axial na saída, com pressão igual à pressão ambiente. O contorno desse tipo de tubeira pode ser obtido usando o método das características (MOC – *Method of Characteristics*). Sua desvantagem é de ser muito longa.

Entretanto, percebeu-se que a tubeira ideal tem uma região que influencia muito pouco o escoamento, podendo ser excluída. Essa abordagem gera as tubeiras de contorno ideal truncado (TIC – *Truncated Ideal Contour*). São exemplo dessas as do motor RL-115, Viking (lançadores Ariane) e RD-120 (lançadores Zenit).

Na busca de um perfil de tubeira que reduzisse as perdas por divergência que ocorrem nas cônicas, Rao<sup>8</sup> (1958) sugere um método que usa cálculo das variações e o MOC. Tubeiras geradas com este procedimento são conhecidas como tubeiras com contorno para empuxo otimizado (TOC – *Thrust Optimized Contour*), ou ainda tubeira sino (*Bell Nozzle*), e eventualmente encontra-se tubeira Rao (*Rao Nozzle*).

Posteriormente Rao (1960) sugeriu que o perfil da tubeira TOC poderia ser aproximado por uma parábola. Surge então a tubeira parabólica de empuxo otimizado (TOP – *Thrust Optimised Parabola*). Apesar do método de Rao (1958) ter suas limitações, pois considera escoamento isentrópico, ainda é amplamente usado em projetos preliminares de tubeiras (COLONNO, VAN DER WEIDE e ALONSO,

---

<sup>8</sup> Na URSS este método foi desenvolvido independentemente por Shmyglevsky, sendo tubeiras obtidas com este método conhecidas como Rao-Shmyglevsky.



2008) e tornou-se a base do que se convencionou denominar de métodos clássicos (CAI *et al*, 2007, p.155).

Apesar da maioria dos pesquisadores considerarem que a tubeira sino, ou mesmo a parábola, são superiores à cônica em termos de desempenho, alguns trabalhos contestam esta afirmação. São os casos de Aukerman e Trout (1966), Arrington, Reed e Rivera (1996), e Griffin e French (2004).

Com o advento da dinâmica dos fluidos computacional (CFD) surgiram uma série de métodos numéricos para otimização de geometrias do divergente. Alguns deles aplicados a bocais supersônicos de empuxo e outros para bocais supersônicos de túneis de vento. No primeiro tipo o objetivo é obter empuxo máximo na saída, no segundo é obter um escoamento uniforme na saída. Esses métodos, conhecidos como métodos de otimização direta, têm como base a definição de uma função objetivo que deve ser maximizada, ou minimizada, que é dependente da geometria do divergente. Para cada perfil executa-se uma simulação do escoamento e o perfil é novamente corrigido, até que a função objetivo tenha sido maximizada ou minimizada, conforme a proposta do método. De modo geral o que difere em trabalhos desta natureza são os algoritmos usados para ajustar a geometria do divergente à medida que o processo avança. Alguns dos autores que propuseram métodos para este fim são Mikhailov (1972), Haddad (1988), Hussaini e Korte (1996), Candler e Perkins (1991), Kim (1993), Korte (2000), Cai *et al*. (2007) entre outros.

Segundo Östlund (2002, p.22) tubeiras supersônicas cujos perfis foram obtidos com os métodos de otimização direta têm melhorias de desempenho que não excedem 0,1% do impulso específico das tubeiras cujo perfil de divergente foi obtido com os métodos clássicos. Conclui então que a escolha do método para projetar a geometria do divergente tem pouca influência no desempenho de tubeiras convencionais. Isto não funciona da mesma forma para as de baixo número de Reynolds nas quais os efeitos viscosos são significativos e as correções de camada limite dos métodos clássicos tornam-se insatisfatórias.

Outros estudos surgiram com a proposta de definir a geometria do divergente pela otimização de mais de um fator, neste caso não só o empuxo é maximizado. Foram denominados de métodos multidisciplinares de otimização (MDO – *Multi Disciplinary Optimization*). O trabalho de Colonno, Van der Weide e

Alonso (2008) busca obter uma geometria de divergente que tenha bons resultados de empuxo e de incremento de velocidade do foguete.

Há ainda trabalhos que buscam outras formas de melhorar o empuxo, não somente pela melhor geometria de divergente. É o caso de Erdem, Albayrak e Tinaztepe (2006) que sugerem uma injeção de fluido na região após a garganta para melhorar o desempenho.

Outra região da tubeira bastante estudada é a região da garganta. Trabalhos relacionados a esse tema tornaram-se mais frequentes com a popularização do MOC para projeto, uma vez que esse método necessita da solução do escoamento na região transônica para gerar o divergente. Esses estudos avaliam o impacto da razão entre os raios de curvatura da garganta e o raio da garganta na caracterização do escoamento na região transônica. Pode-se citar os trabalhos de Hopkins e Hill (1966) e Kliegel e Levine (1969), entre outros. Não foram encontrados trabalhos que relacionassem diretamente os efeitos geométricos da região transônica com o empuxo.

Quanto à geometria do convergente os trabalhos disponíveis indicam certa concordância de que essa não afeta o desempenho da tubeira. Esse é o caso de Alves e Netto (1987, p.185) e Sutton e Biblarz (2010, p.75-76), sendo que os últimos consideram que projetar um perfil “suave” é suficiente para essa região.

Foram encontrados na literatura dois artigos que avaliaram o efeito do perfil do convergente no desempenho da tubeira. No primeiro, de Back, Massier e Gier (1965a) foram avaliadas experimentalmente três tubeiras com semiângulos de convergente distintos. Como as medidas de pressão na parede variaram muito pouco para os três casos os autores concluíram que o perfil de entrada não influencia o escoamento. O segundo, de Hopkins e Hill (1966), estudou os efeitos do semiângulo do convergente na região transônica. A conclusão a que chegaram é que ele não afeta significativamente o escoamento na garganta, a menos que o raio de curvatura seja menor que o da garganta, mas ainda assim o efeito é secundário.

Há dificuldade em usar os dois trabalhos acima como confirmação de que o desempenho da tubeira não é afetado de forma significativa pela geometria do convergente. No trabalho de Back, Massier e Gier (1965a) as três geometrias testadas têm raio de garganta e de curvatura iguais, porém os comprimentos da seção convergente e divergente são diferentes, além das razões de área, ou seja, houve muita variação para obtenção de tal resultado. Já o segundo não foi um

trabalho que verificou os impactos no desempenho, tendo mostrado numericamente a localização da linha sônica na garganta em função do perfil do convergente.

Com isto, acredita-se que haja espaço para avaliar de outras formas e com outra metodologia o real efeito da geometria do convergente no desempenho da tubeira. A que o trabalho se propõe é avaliar numericamente o efeito da geometria do convergente nos parâmetros de desempenho. Ao comparar as diferentes geometrias a intenção é manter todos os outros parâmetros geométricos constantes, ou seja, manter constantes a seção divergente, os raios de garganta e de entrada, além das propriedades de estagnação e de saída (ambiente). Esta proposta difere de Back, Massier e Gier (1965a) pois isola o objeto de estudo (o convergente), e difere da proposta de Hopkins e Hill (1966) ao avaliar o efeito diretamente nos parâmetros de desempenho.

### 1.3 OBJETIVOS

O objetivo geral do trabalho é contribuir com o estudo de sistemas de propulsão, analisando o impacto da geometria do convergente no desempenho da tubeira através do estudo numérico do escoamento nesse dispositivo.

Para atingir essa meta foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- Validar a solução numérica obtida com o código computacional Mach2D usando cinco tubeiras;
- Avaliar o efeito da razão de raios para tubeiras de convergente cônicos, comparando o coeficiente de empuxo, impulso específico e coeficiente de descarga para as tubeiras operando no vácuo;
- Avaliar o efeito do raio de curvatura entre o *plenum* e o convergente, comparando o coeficiente de empuxo, impulso específico e coeficiente de descarga pra as tubeiras operando no vácuo;
- Avaliar o efeito da inclinação do convergente cônico no coeficiente de empuxo, impulso específico e coeficiente de descarga para as tubeiras operando no vácuo; e
- Apresentar as estimativas de erro e incerteza numéricas para todos os resultados obtidos.

A pesquisa é inovadora na área aeroespacial no sentido de não se encontrar na literatura trabalhos que tratem do assunto de forma tão específica nem usando esta abordagem.

E finalmente auxilia no desenvolvimento da pesquisa aeroespacial a nível internacional e nacional, pela obtenção de resultados que podem auxiliar o projeto de tubearias mais eficientes, em termos de aproveitamento energético, reduzindo os custos de acesso ao espaço.

#### **1.4 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO**

A continuidade do presente texto está organizada da seguinte forma: no capítulo 2 é feita a revisão bibliográfica abordando temas que são usados no trabalho. No capítulo 3 é feita uma fundamentação teórica tratando conceitos e aspectos de sistemas de propulsão, tubearias, parâmetros de desempenho de foguetes, erros numéricos, entre outros. O capítulo 4 mostra a metodologia, apresentando a modelagem matemática e numérica. O capítulo 5 trata da validação dos modelos e da solução numérica. No capítulo 6 são apresentados os resultados obtidos. E finalmente o capítulo 7 trata das conclusões e contribuições pretendidas com a realização da pesquisa.

#### **1.5 RESUMO**

O início do capítulo apresentou um breve histórico do desenvolvimento dos foguetes e sistemas de propulsão, buscando dar uma visão geral do assunto sem entrar em detalhes.

A seguir abordou-se o contexto internacional e nacional da pesquisa na área aeroespacial. Ficou explicitada a necessidade de redução de custos do acesso ao espaço, tendo a área de propulsão sua importância devido à alta taxa de consumo de propelente, tornando assim relevantes os trabalhos de melhoria de desempenho de motores-foguete.

Foi evidenciada também a busca por sistemas de propulsão revolucionários, que possam reduzir drasticamente esses custos. Porém, entende-se que esses não estarão disponíveis no curto/médio prazo, o que torna o desenvolvimento dos sistemas atuais a alternativa mais viável.

Em seguida foram citados alguns trabalhos feitos para redução de custos na área aeroespacial. Verificou-se a importância dada a seção divergente neste aspecto. O método clássico que gera perfis ótimos de divergente tem como princípio a solução do escoamento na região transônica, o que trouxe necessidade de estudos que possibilitassem soluções acuradas do escoamento nessa região.

E finalmente mostrou-se que a porção convergente é considerada de pouca influência nos parâmetros de desempenho das tubeiras. Alguns trabalhos sobre esse tema mostraram que não há alteração no padrão do escoamento ao variar o semiângulo de entrada.

Com base nos estudos apresentados podem-se ver algumas possibilidades de desenvolvimento do assunto, através de outras abordagens e levando em consideração outros critérios.

Com isto foram apresentados os objetivos, específicos e gerais do trabalho, sendo este último a avaliação da influência da geometria do convergente em parâmetros de desempenho da tubeira.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esse capítulo apresenta uma revisão bibliográfica que aborda temas da literatura relacionados ao trabalho. Tratam-se de tópicos como otimização do perfil divergente, importância da região transônica, artigos que avaliaram o convergente, dados experimentais usados na validação, e finalmente questões relativas a modelagens físicas de escoamentos em tubeiras. O capítulo finaliza com um resumo.

### 2.1 Otimização do perfil divergente

Em 1929, Prandtl e Busemann aplicaram pela primeira vez o método das características para cálculo de escoamento supersônico bidimensional. Usaram-no para construir um bocal tipo sino<sup>9</sup>. No ano seguinte Busemann projetou um bocal supersônico para um túnel de vento, sendo o primeiro do tipo construído na história (ANDERSON, 2007, p. 426).

Outros autores seguiram usando esse método para desenvolvimento de tubeiras. São os casos de Foelsch (1949), Guderley e Hantsh (1955), entre outros. A desvantagem do procedimento usado pelo primeiro autor é a de gerar uma tubeira longa e pesada, já os outros dois autores apresentaram procedimento muito complexo (HADDAD, 1988, p. 10).

A otimização de geometria do divergente passa a ser um assunto bastante explorado, e o que se busca é uma tubeira pequena com rápida expansão de forma a minimizar seu peso. Isso contrasta com o projeto de bocais supersônicos de túneis de vento, com expansão mais lenta, onde o importante é a uniformidade do escoamento na saída.

Rao (1958) apresentou um método mais simples baseado no cálculo das variações e no método das características. O resultado é o projeto de uma geometria de divergente que gera empuxo máximo. As condições governantes para a maximização são: o comprimento, a pressão ambiente, e as propriedades de escoamento na vizinhança imediata da garganta. O escoamento considerado é

---

<sup>9</sup> Conhecido em inglês por *bell-shape*, *contour nozzle*, ou ainda *Rao nozzle*.

isentrópico. Nessas condições, a tubeira deve prover escoamento de saída uniforme e paralelo a seu eixo, com pressão de saída igual à pressão ambiente. Seu procedimento usa o método de Sauer (1944) para resolver o escoamento transônico na garganta e obter uma linha de Mach ( $M$ ) pouco adiante da linha sônica. Esta linha é a base a partir da qual a geometria é desenvolvida, o que mostra a importância de obter métodos adequados de solução do escoamento transônico. Os perfis obtidos com o método de Rao geralmente têm inclinação após a garganta na faixa de  $28^\circ$  a  $30^\circ$  e na saída entre  $10^\circ$  e  $14^\circ$ .

Em seu trabalho Rao aplicou o método para gerar duas tubeiras de comprimentos diferentes, mas mesmo raio de garganta. O gás foi considerado como caloricamente perfeito e a pressão ambiente (*back pressure*) foi o vácuo. A tubeira maior, com razão de expansão ( $\epsilon_E$ ) de 19,36, teve coeficiente de empuxo 2,3% maior que um bocal cônico de mesmo comprimento e razão de expansão. A tubeira menor, com razão de expansão ( $\epsilon_E$ ) de 4,973, teve coeficiente de empuxo 0,5% maior que um cônico de mesmo comprimento e razão de expansão, o que mostra que bocais obtidos com seu método são mais vantajosos para razões de área maiores.

Rao também mostrou que as razões de calores específicos impactam no perfil do divergente obtido: aumentando o seu valor, a área de saída é reduzida. Para razões de 1,23 e 1,40 as razões de expansão resultantes foram 19,36 e 16, respectivamente.

Uma desvantagem do método de Rao é a consideração do escoamento isentrópico. Apesar disto, ainda vem sendo usado com algumas correções de camada limite para considerar os efeitos viscosos.

Allman e Hoffman (1981) desenvolveram um método para projetar o perfil do divergente que gere empuxo máximo utilizando método de otimização direta. O contorno é representado por um polinômio de 2ª ordem, onde os coeficientes são ajustados durante o processo de otimização. A função objetivo é o empuxo. O fluido é tratado como gás perfeito e o escoamento isentrópico. O comprimento da tubeira é um dado de entrada. O contorno obtido foi similar ao de Rao, mas com empuxos menores. Para operação no vácuo foi 0,2% menor e para operação com pressão ambiente de 34 kPa (0,34 atm) chegou a ser 0,66% menor que a tubeira Rao.

Hoffman (1987) propôs um método para projeto de tubeiras TIC comprimidas (*Compressed Truncated Perfect Nozzles*). Em seu trabalho o gás é considerado térmica e caloricamente perfeito, os efeitos viscosos são negligenciados, não há

condensação nem reações químicas, sendo o escoamento isentrópico. Nas regiões transônica e supersônica (até a onda de choque) o escoamento é considerado como irrotacional. Na região após o choque o escoamento é modelado como rotacional devido ao gradiente de entropia produzido pela onda de choque oblíqua. O escoamento transônico é resolvido usando a metodologia apresentada por Kliegel e Levine (1969), e depende somente da geometria da garganta. As temperaturas e pressões de estagnação foram de 3406 K e 10,34 MPa respectivamente. A pressão ambiente foi o vácuo. Foram avaliadas tubeiras com várias razões de expansão e todas as projetadas com o método de Rao tiveram melhores resultados. Para razões de áreas de 400 e 200 os impulsos específicos foram 0,17% e 0,04% menores, respectivamente, que os obtidos com a tubeira Rao de referência.

Em tese apresentada ao *Cranfield Institute of Technology*, Haddad (1988) desenvolveu um método baseado no MOC para gerar perfis de divergente. Para definir a linha sônica foi usado o método de Sauer (1944). Considerou escoamento invíscido, irrotacional e bidimensional. O fluido avaliado foi o ar tratado como gás perfeito. A simulação numérica foi feita com o programa comercial Phoenix, usando uma malha de 25 x 15 elementos. Alguns parâmetros avaliados foram a vazão mássica, o coeficiente de empuxo, o empuxo e a velocidade característica. Para evitar a dependência da pressão ambiente nesses valores, foi definido o vácuo para obtenção do coeficiente de empuxo para termos de comparação. Ao avaliar o efeito da viscosidade sobre o escoamento chegou à conclusão que pode ser desconsiderada. Uma das bases para isto é que a área de seção ocupada pela camada limite não chegou a 0,7% da área total, tornando os efeitos viscosos pouco significativos.

O trabalho de Cai *et al.* (2007) tratou da otimização do perfil do divergente baseado em CFD para motor-foguete a propelente líquido. Utiliza um código que simula o escoamento em um espaço bidimensional (axissimétrico ou plano), quimicamente reativo ou congelado, associado a três outros códigos de otimização do perfil. O modelo de turbulência usado foi o de Baldwin-Lomax (WILCOX, 2000) e a malha gerada na forma de adequação ao perfil (*body-fitted*). O comprimento do bocal e as razões de área foram os dados de entrada e uma função cúbica foi usada para descrever o perfil inicial do divergente. A função objetivo foi o empuxo no vácuo, que é função do raio em cada um de sete pontos de controle distribuídos ao longo do divergente. A validação da solução numérica do escoamento foi feita



usando as equações de Euler e Navier-Stokes. Avaliando a pressão estática na parede os resultados dos dois modelos foram muito próximos entre si e concordaram com o experimento. O coeficiente de empuxo no vácuo resultou em 2,26% de erro de modelagem para a equação de Navier-Stokes e escoamento reativo. Ao aplicar o método de otimização com algoritmo genético a tubeira otimizada atingiu 1,5% de melhora do coeficiente de empuxo no vácuo.

Eye, Ezertas e Yumazaki (2011) apresentaram um trabalho de otimização do projeto de divergente considerando escoamento reativo, sendo o método baseado nas equações de Euler (2D) e equações de reação a taxas finitas. A função objetivo é o empuxo que deve ser maximizado. A tubeira base a ser otimizada é a cônica com razão de expansão de 6,1. Para otimização é utilizado um programa comercial. O perfil ótimo, tipo sino, teve empuxo 2,56% melhor que a tubeira cônica base, tendo sido mantidos os mesmos diâmetros de garganta e a mesma razão de expansão.

Apesar da vantagem das tubeiras sino sobre as cônicas ser uma generalização aceita pela maioria dos pesquisadores na área aeroespacial, existem algumas contestações quanto a esta suposição.

Aukerman e Trout (1966) compararam experimentalmente duas tubeiras com razão de expansão igual a 60, sendo uma cônica com  $15^\circ$  de semiângulo e outra tipo sino. A tubeira cônica teve resultados melhores que a sino, tendo impulso específico (vácuo) 0,625% melhor e coeficiente de empuxo 0,37% melhor.

O trabalho de Arrington, Reed e Rivera (1996) é um estudo experimental em dois pequenos motores-foguete (classe de empuxo 110N). Os autores compararam uma tubeira cônica padrão com uma tubeira tipo sino obtida com o método de Rao. As tubeiras têm aproximadamente 34 de razão de expansão. Os autores citam trabalhos anteriores, que mostraram que para Reynolds de garganta ( $Re_t$ ) maiores que  $10^5$  as tubeiras sino são melhores que as cônicas, e para  $Re_t$  abaixo de  $10^5$  os resultados são ambíguos, com alguns trabalhos mostrando vantagem das tubeiras cônicas, e outros mostram vantagem das tubeiras sino. Os autores então avaliaram as tubeiras operando na faixa de  $Re_t$  de  $2 \cdot 10^4$  a  $4 \cdot 10^4$ , e a conclusão é que nessa faixa as tubeiras sino têm melhores resultados.

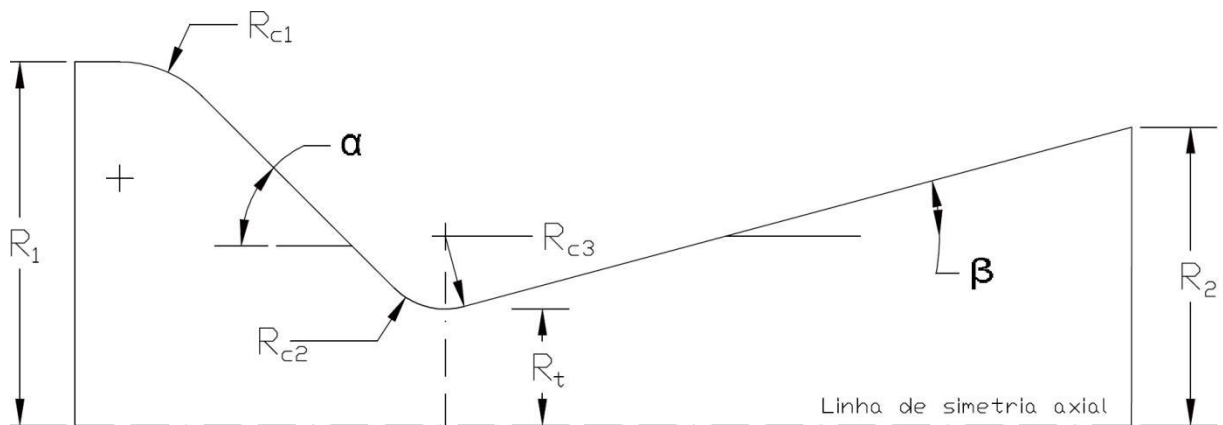
Segundo Griffin e French (2004, p. 205) a eficiência, no caso o coeficiente de empuxo, das tubeiras cônica e sino são praticamente as mesmas. Apesar da tubeira sino propiciar um escoamento mais axial na saída, as perdas geradas para

direcionar (curvar) o escoamento a partir da garganta acabam anulando essa vantagem.

## 2.2 Região Transônica

Os estudos da região transônica avaliam principalmente os efeitos de características geométricas na solução do escoamento e posicionamento da linha sônica. Têm importância devido à necessidade de localização dessa linha para utilização dos métodos clássicos de otimização do divergente.

A solução do escoamento nessa região traz algumas complexidades embutidas, pois o escoamento passa do regime subsônico para o regime supersônico, coexistindo os dois regimes. As equações para regime subsônico são elípticas e do regime supersônico são hiperbólicas.



**Figura 2.1 – Esquema de tuberia cônica-cônica**

Hopkins e Hill (1966) desenvolveram um método numérico para avaliar o efeito do raio de curvatura  $R_{c2}$  (Figura 2.1) na solução do escoamento para região transônica. O objetivo foi investigar valores desse raio na faixa de 0,25 a 3 vezes o raio da garganta  $R_t$  (Figura 2.1). Os autores desconsideraram o raio de curvatura na região divergente  $R_{c3}$  (Figura 2.1), uma vez que as características geométricas nessa região, sob regime de escoamento supersônico, não influenciam a porção subsônica e sônica. O escoamento foi modelado como permanente, irrotacional, adiabático, livre de choque, e o fluido como caloricamente perfeito, comportando-se como gás ideal. Devido à pequena espessura da camada limite na garganta sua influência foi desprezada. Segundo os autores essa é uma aproximação adequada para a região convergente, o que legitima sua extensão para a região da garganta.

O escoamento é resolvido para a região convergente e a garganta. Os resultados mostraram que a linha sônica intercepta a parede da tubeira antes da garganta e o eixo de simetria após a garganta. O raio de curvatura  $R_{c2}$  tem efeito acentuado no padrão de escoamento na garganta, e o decréscimo desse raio move a intersecção da linha sônica com a parede no sentido a montante, e na intersecção com o eixo de simetria no sentido a jusante. E finalmente concluem que a razão de calores específicos afeta pouco a localização da linha sônica nessa região.

O trabalho de Pirumov, Roslyakov e Sukhorukov (1974) analisou numericamente o escoamento supersônico em tubeira cônica. O gás foi tratado como caloricamente perfeito. A avaliação teve por base a distribuição das linhas de Mach e a posição da onda de choque. Concluíram que o parâmetro que mais afeta o escoamento na região transônica é o raio de curvatura  $R_{c2}$ , e que nem o raio de entrada da tubeira ( $R_1$ ), nem o semiângulo do convergente ( $\alpha$ ) afetam significativamente o escoamento nessa região. Mostraram ainda que a onda de compressão, na região de intersecção do raio de curvatura  $R_{c3}$  com o perfil cônico, gera uma onda de choque que aumenta de intensidade ao se aproximar do eixo de simetria, sendo rebatida nesse eixo, reduzindo de intensidade devido ao efeito de rarefação da onda. E finalmente mostraram que uma redução no raio  $R_{c2}$  aumenta a intensidade da onda de choque, mas o ponto de intersecção com o eixo de simetria é pouco influenciado por esse raio, sendo fracamente movida na direção jusante à medida que o raio reduz.

### 2.3 Perfil Convergente

A região convergente é onde os gases começam a ser acelerados. Nela o escoamento é subsônico.

A influência da geometria do convergente no desempenho da tubeira é pouco estudada. De todos os trabalhos citados anteriormente somente os de Back, Massier e Gier (1965a), e de Hopkins e Hill (1966) abordam sua influência no escoamento.

Uma das possíveis explicações para isto é que os projetos do perfil divergente usando o método clássico não necessitam da solução do escoamento na região subsônica, mas sim das características geométricas da garganta (raio de

garganta e raio de curvatura). Resolve-se o escoamento na região transônica para então obter o perfil divergente.

Exemplo disto é a afirmação de Alves e Netto (1987, p. 185) de que no projeto do perfil aerodinâmico de uma tubeira o formato da seção subsônica não influi diretamente sobre o da região supersônica. Segundo os autores, é a região da garganta que determina as condições de escoamento na entrada do divergente.

O trabalho de Korte (2000) segue a mesma linha ao apresentar um procedimento para o projeto de uma tubeira hipersônica considerando o escoamento invíscido. Nele a parte convergente do bocal é pré-definida a partir de algumas características de interesse, mas não há um projeto de otimização ou qualquer indicação de que o tipo de perfil convergente seja significativo no projeto.

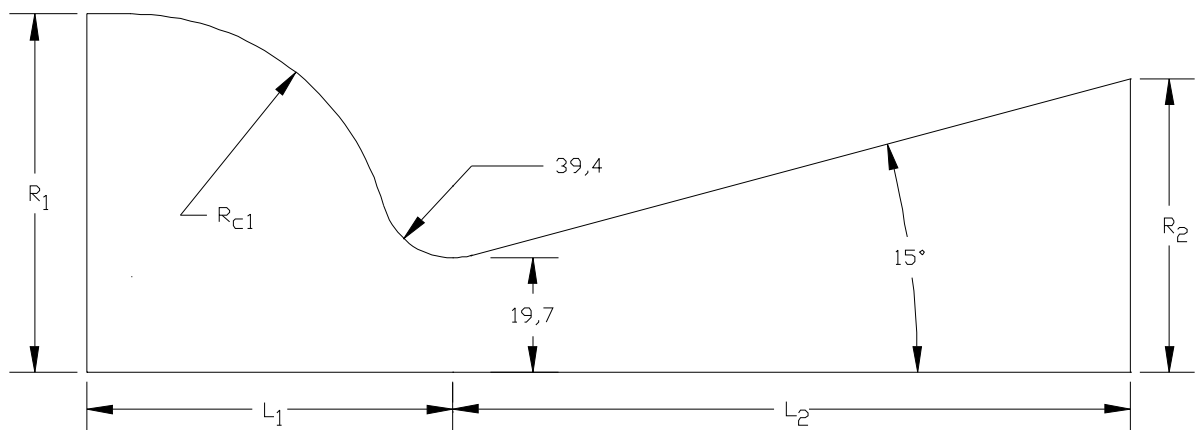
A presente revisão bibliográfica não encontrou nenhuma indicação mais específica de como projetar o convergente, ao contrário do que ocorre com o divergente. Foram identificados quatro trabalhos que tratam da influência da geometria do convergente no desempenho do motor-foguete.

O trabalho de Hopkins e Hill (1966), já citado anteriormente, analisou o escoamento transônico em tubeiras com curvatura de parede acentuada. Mostrou que o fator geométrico que mais influencia o escoamento transônico é o raio de curvatura da parede na região da garganta " $R_{c2}$ ". Quanto ao convergente avaliam que para pequenas razões de raio " $R_{c2}/R_t$ "<sup>10</sup> (Figura 2.1), de 0,5 por exemplo, quanto mais inclinado o convergente, mais a intersecção da linha sônica com o eixo de simetria se desloca para a saída da tubeira. Entretanto sua intersecção com a parede se altera muito pouco. Para razões maiores que 1,5 o semiângulo do convergente ( $\alpha$ ) não afetou significativamente o padrão do escoamento na região da garganta, ou seja, a linha sônica não sofreu deslocamento nem no eixo de simetria nem na parede. Essa última observação levou os autores a afirmarem que qualquer geometria suave na região convergente, que chamam de subsôncia baixa ( $M < 0,5$ ), pode ser selecionada sem afetar o escoamento na região transônica. Isto vale para razões de raio maiores que 1,0. Apesar do efeito não ser o mesmo para razões menores que a unidade, os autores sugerem considerar o comportamento similar, pois é um efeito secundário.

---

<sup>10</sup> A partir desse ponto sempre que o texto citar "razão de raios" ( $\lambda_R$ ), entenda-se como a razão entre o raio de curvatura da garganta na região do convergente ( $R_{c2}$ ) pelo raio da garganta ( $R_t$ ).

O trabalho mais direto na avaliação da influência do formato do convergente é o de Back, Massier e Gier (1965a), ainda que este não seja seu objetivo principal. Os autores avaliaram os efeitos das razões de raio, da inclinação do convergente, da espessura da camada limite na entrada e efeitos da refrigeração da parede. Analisaram o escoamento de ar em uma tubeira cônica, com variação da geometria de entrada. Os resultados mostram que o modelo unidimensional traz discrepâncias nas regiões transônicas (próximas à garganta), enquanto o modelo bidimensional está de acordo com os dados experimentais, exceto para razão de raios de 0,625. Foram avaliadas três geometrias de convergente, todas formadas por arcos de circunferência (Figura 2.2). Para as avaliações foram mantidos o raio de curvatura da garganta, raio da garganta e a inclinação do divergente. Outros valores da geometria tiveram variações que podem ser vistas na Figura 2.2 e na Tabela 2.1. Para efeitos de experimento, as pressões de estagnação variaram para cada tubeira, mas a temperatura de estagnação foi mantida em 300 K (540°R). A conclusão foi que a geometria do convergente não influencia o escoamento, considerando que não houve variação na distribuição de pressões, adimensionalizadas pela pressão de estagnação, nem na região da garganta nem no divergente.



**Figura 2.2 – Esquema das tubeiras 2.51BMG, 3.02BMG e 3.78BMG**

Back, Cuffel e Massier (1972) voltaram a avaliar o efeito do formato do convergente para bocais com elevado semiângulo de convergente (75°) e pequena razão de raios (0,25). Este tipo de bocal é mais curto, mais leve e tem menor superfície de área que outros bocais convencionais. O semiângulo do divergente

usado foi de 15°. Segundo os autores os efeitos viscosos são negligenciáveis para altos números de Reynolds na garganta, acima de 1 milhão, e bocais de baixa razão de expansão. A comparação é entre uma tubeira de entrada radial e outra de entrada axial (cônica). Os parâmetros de desempenho avaliados foram empuxo, impulso específico e coeficiente de descarga. As distribuições das pressões estáticas normalizadas pela pressão de estagnação na parede são praticamente as mesmas para qualquer pressão de estagnação. A conclusão do trabalho é que tubeiras com entrada radial podem ser atraentes do ponto de vista de refrigeração.

**Tabela 2.1 – Dados das tubeiras BMG30-15 e BMG45-15 tendo por base a Figura 2.1**

	$\epsilon_C$	$\epsilon_E$	$\lambda_R$	$R_{c2} = R_{c3}$	$R_t$	$L_1$	$L_2$	$T_0$	$P_0$
Unidade	[-]	[-]	[-]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[K]	[kPa]
BMG30-15	7,9	2,66	2	45,8	22,9	90,75	59,7	833	1038
BMG45-15	9,76	6,63	0,625	12,7	20,32	68,15	116,9	833	1725

E finalmente o trabalho de Pirumov, Roslyakov e Sukhorukov (1974), já abordado anteriormente. Neste os autores concluem que a inclinação do convergente tem pouco efeito na distribuição das linhas de Mach no campo de escoamento supersônico.

## 2.4 Dados experimentais

A natureza numérica do trabalho exige que as formulações matemáticas e soluções numéricas estejam de acordo com o fenômeno físico que representam. O processo de validação, que é a comparação dos resultados numéricos com os experimentais, é feito para avaliar o grau de concordância entre a solução numérica e o fenômeno físico que está sendo estudado. Essa atividade é inviável caso não existam valores do experimento.

A dificuldade em pesquisas sobre tubeiras é que há escassez de dados experimentais, explicado pela possibilidade de aplicação de tubeiras em atividades militares. A simultaneidade de dados do experimento e detalhes do perfil da tubeira é rara.

Um trabalho disponível, onde isto ocorre, e que tem várias citações é o de Back, Massier e Gier (1965a). Nele são usadas cinco tubeiras do JPL (*Jet Propulsion*

*Laboratory*) cujas características são apresentadas nas Tabelas 2.1 e 2.2. Nessas tabelas são apresentadas: as razões de contração ( $\epsilon_C$ ) e expansão ( $\epsilon_E$ ), que são as razões entre as áreas das seções de entrada e garganta, e saída e garganta respectivamente; a razão de raios ( $\lambda_R$ ); e alguns outros dados geométricos.

As tubeiras foram identificadas na tese como BMG30-15, que é a de 30° de semiângulo de convergente ( $\alpha$ ) e 15° de semiângulo de divergente ( $\beta$ ), correspondendo à Figura 1 do trabalho de Back, Massier e Gier (1965a), com razão de raios ( $\lambda_R$ ) igual a 2,0. A tubeira BMG45-15, correspondente à Figura 3 do referido trabalho, apresenta 45° e 15° de semiângulos do convergente ( $\alpha$ ) e divergente ( $\beta$ ) respectivamente; sua razão de raios é 0,625.

As tubeiras 2.51BMG, 3.02BMG e 3.78BMG são apresentadas na Figura 2 do referido trabalho. Foram aqui identificadas com esses nomes por terem 3,02, 2,51 e 3,78 de razões de expansão respectivamente. Nessas o convergente é feito de arcos de circunferência e o divergente tem semiângulo de 15°. O raio de curvatura da garganta e o raio da garganta são os mesmos para as três tubeiras sendo sua razão de raios igual a 2,0. Um esquema genérico dessas tubeiras é mostrado na Figura 2.2 e outros dados são apresentados na Tabela 2.2. Por serem tubeiras do JPL também foram usadas em outros trabalhos experimentais. A Tabela 2.3 mostra onde isto ocorreu.

**Tabela 2.2 – Dados das tubeiras 2.51BMG, 3.02BMG e 3.78BMG**

	$\epsilon_C$ [-]	$\epsilon_E$ [-]	$\lambda_R$ [-]	$L_1$ [mm]	$L_2$ [mm]	$P_0$ [kPa]
2.51BMG	2,51	2,51	2	41,4	47,7	269 – 889
3.78BMG	1,64	3,78	2	29,3	74,2	269 – 828
3.02BMG	4,02	3,02	2	53	58	276 – 1048

**Tabela 2.3 – Tubeiras usadas em trabalhos experimentais**

Trabalho	BMG30-15	BMG45-15	3.02BMG	2.51BMG	3.78BMG
Back, Massier e Gier (1965a)	X	X	X	X	X
Back e Cuffel (1966)		X			
Back, Massier e Cuffel (1967)		X			
Cuffel, Back e Massier (1969)		X			

Outros trabalhos numéricos também necessitaram de dados experimentais para validar seus modelos. Em alguns casos os dados dessas tubeiras do JPL foram usados. A Tabela 2.4 indica alguns dos trabalhos em que foram empregadas e para o caso de trabalhos numéricos, a malha usada na validação.

Serra (1972) justifica o uso da tubeira BMG45-15 em seu trabalho por representar as maiores dificuldades em termos numéricos, ou seja, uma contração abrupta, seguida de uma grande curvatura de garganta e um divergente com ondas de choque, formadas pela sobreposição de linhas de Mach devido à transição da curvatura com a porção cônica.

**Tabela 2.4 – Tubeiras usadas em trabalhos numéricos para validação**

<b>Trabalho</b>	<b>BMG30-15</b>	<b>BMG45-15</b>	<b>Malha</b>
Hopkins e Hill (1966)	X	X	
Kliegel e Levine (1969)		X	
Serra (1972)		X	3000 pontos
Pirumov, Roslyakov e Sukhorukov (1974)		X	
Chang (1980)		X	61 x 31
Dutton e Addy (1981)		X	
Marchi, Silva e Maliska (1992)		X	1440 x 20
Marcum e Hoffamn (1988)		X	38 x 11
Silva, Paglione, e Filho (1990)	X	X	20 x 10
Azevedo (1992)		X	80 x 29
Loth, Baum e Löhner (1992)		X	4990 elementos
Shieh (1992)		X	81 x 41
Drikakis e Tsangaris (1993)		X	50 x 25

Para a tese foi escolhida a tubeira BMG45-15 como base para avaliação da influência do perfil do convergente em tubeiras de baixa razão de raios. Por esse motivo alguns resultados de experimentos com esse dispositivo são passados a seguir.

Back, Massier e Cuffel (1967) avaliaram o escoamento e características de troca de calor. Ar comprimido foi aquecido pela combustão com metano à distância suficiente para garantir que o efeito da combustão não tivesse influência sobre o escoamento. A parede foi mantida à temperatura tal que prevenisse condensação. A razão metano/ar foi baixa podendo-se considerar as propriedades do ar para efeitos



de cálculo. A baixa quantidade de vapor d'água tem efeitos desprezíveis na viscosidade do ar. Mesmo para a maior temperatura de estagnação, de 1111 K (2000 °R), a transferência de calor total do gás para a parede foi menor que 1% de sua energia total na entrada, indicando que o escoamento é essencialmente adiabático. Para 300 K (540°R) a transferência de calor foi nula. Para temperatura e pressão de estagnação de 833 K (1500°R) e 1724 kPa (250 psia) as temperaturas na parede ficaram na faixa de 39% a 55% da temperatura de estagnação. O coeficiente de transferência de calor cresce no convergente, atinge seu máximo pouco antes da garganta (próximo à intersecção da linha sônica com a parede), e decresce novamente no divergente. Seu valor aumenta com a elevação da pressão de estagnação, devido ao aumento do fluxo de massa. Mas isto só ocorre a altas pressões de estagnação (acima de 517 kPa), valores típicos de escoamentos turbulentos. A baixas pressões de estagnação os valores são menores que os turbulentos, mesmo que o escoamento seja turbulento na entrada da tubeira, o que pode indicar relaminarização do escoamento (BACK, MASSIER e GIER, 1964). A relação da influência da temperatura de estagnação nesse coeficiente não foi clara (BACK, MASSIER e GIER, 1965b, p.21).

O número de Reynolds da garganta, abaixo do qual o transporte turbulento de calor começa a reduzir, aumenta com a inclinação do convergente. Para a tubeira BMG45-15 este valor é de  $2 \cdot 10^6$ . Para valores abaixo desse os coeficientes de transferência de calor na região do convergente se tornam próximos aos teóricos de escoamento laminar. Convencionou-se chamar este fenômeno de relaminarização.

Back, Cuffel e Massier (1969) verificaram que para pressões de estagnação de 310 a 517 kPa ocorreu relaminarização do escoamento ao longo da tubeira voltando a ser turbulento somente após a garganta. Não é o que ocorre com 1724 kPa para o qual o escoamento é turbulento ao longo de toda a extensão do dispositivo.

O efeito da espessura da camada limite, na entrada do bocal, na vazão mássica é desprezível, assim como sua influência na distribuição de pressões ao longo da tubeira (BACK, MASSIER e GIER, 1965a).

Comparando com valores de pressão previstos pela teoria unidimensional, a medição da pressão estática na parede indicou pequenos desvios nas regiões do convergente e divergente e desvios significativos na região da garganta. As razões entre as pressões estática na parede e a pressão de estagnação praticamente não

se alteram com a variação da pressão de estagnação. A única alteração que a pressão de câmara causa é o ponto onde ocorre a separação do escoamento, para o caso desse ser superexpandido (BACK, MASSIER e GIER, 1965a). Para fins computacionais pode-se considerar essa distribuição invariante a partir de 1,034 MPa (150 psia) (BACK, MASSIER e GIER, 1964).

Back, Massier e Gier (1965b) concluíram que as medições de pressão são independentes dos efeitos de refrigeração e dos efeitos da camada limite na entrada, quando a tubeira opera subexpandida. Verificaram ainda que estes efeitos são desprezíveis também na garganta. As razões de pressão também se mostraram independentes da configuração (geometria) da entrada, dependendo somente do ponto avaliado na tubeira (BACK, MASSIER e GIER, 1965a).

Na entrada da tubeira ocorre um pequeno aumento de pressão na parede na intersecção da câmara com o convergente. A mudança de direção do escoamento cria este gradiente de pressão adverso que resultou em seu descolamento. Com a aceleração no convergente ocorre nova adesão à parede. Para evitar essa elevação da pressão seria necessária uma mudança mais gradual na direção do escoamento. Esse descolamento foi identificado pela medição do coeficiente de transferência de calor, que nesta região coincidiu com o teórico para essa situação.

Foi identificado outro aumento de pressão estática na região de transição entre a curvatura da garganta e o perfil cônico do divergente. Posteriormente a pressão volta a decrescer. Este aumento é explicado pela mudança na direção da quantidade de movimento do gás ao escoar da seção curva da garganta para a cônica do divergente. O pequeno raio de curvatura da garganta induz um forte movimento angular no gás.

Para que o escoamento fique paralelo à seção cônica ocorre uma compressão do fluido, levando à formação do choque, previsto pela teoria e detectado no experimento. Esta onda de choque se estende na direção axial, interceptando o eixo de simetria. Ela não tem a mesma natureza das ondas de choque formadas em escoamento superexpandido onde ocorre separação do escoamento por choque induzido.

Em seu trabalho sobre a formação de ondas de choque em bocais cônicos, Darwell e Badham (1963) mostraram, usando o método das características, que sua formação poderia ocorrer nesta região. Segundo os autores ela pode ser removida com pequenas mudanças no contorno da parede.

Loth, Baum e Löhner (1992) explicam a formação desta onda de choque devido à expansão rápida do escoamento após a garganta, motivado pelo seu pequeno raio de curvatura. Ao entrar na seção cônica a alta quantidade de movimento angular precisa ser reduzida, que é feito por uma onda de compressão, que ocorre próxima à interseção descontínua na curvatura da parede, entre o cone e o raio de curvatura. Estas ondas de compressão se unem para formar uma onda de choque oblíqua que fica mais intensa ao se aproximar do eixo de simetria.

Este efeito também é previsto pelo trabalho teórico de Pirumov, Roslyakov e Sukhorukov (1974) que mostram que há uma alta aceleração do gás na garganta, mas que ao atingir a região de tangência do raio de curvatura  $R_{c3}$  (Figura 2.1) com a seção divergente formam ondas de compressão, que reduzem a taxa de escoamento.

E finalmente, existe a separação do escoamento próximo à saída do divergente, devido à baixa pressão estática na saída em relação à pressão ambiente. Esse fenômeno pode ser explicado pela propagação da pressão ambiente para dentro da tubeira pela camada limite, criando um gradiente de pressão adverso. Essa possibilidade de transporte de informação pela camada limite é levantada por Pirumov, Roslyakov e Sukhorukov (1974) ao explicar um aumento de pressão na região próxima à intersecção da onda de choque com a parede. Esta mesma hipótese é levantada por Chang, Kronzon e Merkle (1988). Segundo Herbert e Herd (1966, p. 21) quando a separação do escoamento se dá na região próxima a saída, para bocais com pequenas razões de área, o bocal continua a se comportar como se não houvesse o descolamento.

## **2.5 Modelagem física**

A seguir são apresentados alguns resultados e modelagens feitas em escoamentos na área aeroespacial.

### **2.5.1 Fluido**

O trabalho de Migdal e Landis (1962) utiliza o MOC para verificar os efeitos da geometria e de variáveis termodinâmicas no campo de escoamento de uma tubeira cônica. Analisa o semiângulo do divergente, transição entre raio de curvatura da garganta e divergente e propriedades termodinâmicas (coeficiente de expansão

isentrópica). A conclusão é que tubeiras cônicas de baixa razão de expansão (6 a 8) e com semiângulo do divergente de  $15^\circ$  são menos sensíveis às variações nas propriedades termodinâmicas do propelente.

Hopkins e Hill (1966) verificaram que a forma e a localização da linha sônica são muito pouco influenciadas pela razão de calores específicos. Apesar disto Rao (1958) mostrou que essa razão afeta o projeto da tubeira.

Pirumov, Roslyakov e Sukhorukov (1974) avaliaram o efeito da razão de calores específicos no escoamento supersônico. Esta razão foi considerada constante em toda a tubeira. Foram avaliados os valores de 1,14, 1,25 e 1,4, para tubeiras com semiângulo do divergente de  $10^\circ$ ,  $15^\circ$  e  $20^\circ$ . Os resultados mostraram que na região transônica o efeito não é significativo. Já na região divergente o efeito é mais acentuado, principalmente para maiores valores do semiângulo " $\beta$ " (Figura 2.1). Sua avaliação se baseou na distribuição das linhas de Mach.

O trabalho de Drikakis e Tsangaris (1993) avaliou o efeito de gás real para escoamento compressível em tubeiras. A solução numérica foi obtida em uma malha de  $50 \times 25$  e dois fluidos foram avaliados, o nitrogênio e água no estado de vapor superaquecido. O método de volumes finitos foi usado. Foram aplicadas as equações de estado de Benedict-Webb-Rubin, de Van der Waals, de gás perfeito, e com fator de compressibilidade ( $Z$ ) de 0,3. O modelo de escoamento foi Euler compressível em perfil axissimétrico. Aparentemente consideram o gás caloricamente perfeito. Concluíram que o modelo de gás perfeito prevê valores abaixo do experimento na distribuição de temperatura na parede da região supersônica. O efeito de gás real é significativo nesta região devido aos efeitos de compressibilidade. Já na distribuição de pressões o efeito de gás real é pequeno para o caso em que o escoamento ocorre sem adição de calor ao gás.

Mesmo não sendo indicado para temperaturas tão elevadas, Chang, Kronzon e Merkle (1988) usaram modelo de gás perfeito, caloricamente perfeito, para temperatura de estagnação de 3500 K, para obter a solução do escoamento (laminar) supersônico no bocal. A temperatura na parede foi prescrita como 3000 K.

Shieh (1992) usa o modelo de Sutherland para determinar a viscosidade molecular. Em seu trabalho avalia o escoamento transônico com separação induzida por choque.

Manski e Hagemann (1996) mostraram que para altas pressões (acima de 100 bar) as perdas cinéticas são próximas de zero. Para pressões de câmara menores pode chegar a 1%.

### 2.5.2 Efeitos viscosos e turbulência

Devido à pouca influência dos efeitos viscosos na avaliação do desempenho de tuberias supersônicas, vários são os trabalhos que consideram o escoamento invíscido, como é o caso de Back, Massier e Gier (1965a), Hopkins e Hill (1966), Azevedo (1992), Drikakis e Tsangaris (1993), Korte (2000), Hetem, Rafael e Miraglia (2012), entre outros.

Dos trabalhos que consideram os efeitos viscosos alguns resolvem as equações de Navier-Stokes quando o escoamento é considerado laminar, e outros resolvem as equações médias de Reynolds, ou mesmo as médias de Favre, para escoamento turbulento. Não foram verificados trabalhos que usem Simulação Numérica Direta (DNS), que resolvem as equações de Navier-Stokes em um nível que possibilita captar as escalas de turbulência.

Para obtenção das equações médias são aplicadas as decomposições de Reynolds, ou de Favre, às equações de Navier-Stokes. Usa-se então a aproximação de Boussinesq da viscosidade turbulenta, gerando o tensor de tensões de Reynolds que aumenta as variáveis criando um problema de fechamento. Este problema é resolvido usando modelos de turbulência que podem ser a zero equação (algébricos), a uma equação (ex. Spalart-Almaras) e os modelos a duas equações, como o  $k-\epsilon$  e  $k-\omega$ . O grau de complexidade computacional aumenta do primeiro ao último, o que sugere uma análise das vantagens e desvantagens de aplicação de cada um deles, dependendo da aplicação. Não foram avaliados trabalhos que usem o *Large Edge Simulation* (LES) e *Direct Numerical Simulation* (DNS) na solução do escoamento.

Shieh (1992) usa o modelo algébrico de Baldwin-Lomax (BL) para avaliação de escoamento em tubeira cônica com descolamento do escoamento por choque induzido (escoamento superexpandido). Segundo o autor o modelo já havia sido testado com sucesso por Visbal e Knight (1984). Concluíram que se a parede for adiabática, ou não tiver efeitos significativos de aquecimento ou resfriamento, este modelo é adequado.

Chen, Chakravarthy e Hung (1994) também usaram o modelo BL para avaliação da separação de escoamento em bocais superexpandidos. Segundo os autores, outros modelos de transporte foram testados, mas foi o BL que deu os resultados mais consistentes e mais robustos. O código usado foi o USA para qualquer velocidade. A discretização foi feita com o MVF e aproximação com TVD (*Total Variation Diminishing*). A parede é adiabática. A malha foi feita com 151 x 91 elementos internos à tubeira. Segundo a análise de sensibilidade essa foi uma malha adequada.

O modelo BL também foi usado no trabalho de Cai *et al.* (2007) ao aplicar seu método de projeto e otimização de tubeira. Chang, Kronzon e Merkle (1988) também o usaram. O propósito dos autores foi desenvolver um código que resolvesse numericamente o escoamento supersônico em tubeiras. Resolveram o problema laminar no bocal cônico, e laminar e turbulento para o bocal Rao. Os  $Re$  na garganta foram de  $1,4 \cdot 10^4$  e  $1,4 \cdot 10^5$  para pressões de 354,6 e 3546 kPa (3,5 e 35 atm) respectivamente.

Hu e Rizzi (1995) avaliaram dois modelos de turbulência para resolver escoamento em túneis de vento hipersônicos. Trataram o ar como gás perfeito. Foram avaliados dois bocais axissimétricos. Usaram o modelo algébrico de duas camadas Baldwin-Lomax, onde o modelo de turbulência da camada interna é baseado na teoria de comprimento de mistura de Prandtl com melhoria da formulação de Van Driest. A camada externa é modelada pela formulação de Clauser usando a aproximação de Klebanoff, que dá o fator de intermitência. O outro modelo é o baixo Reynolds  $k-\epsilon$  de Chien (1982). Utilizaram o código EURANUS baseado em MVF, células centradas, malhas estruturadas, coordenadas cartesianas. Usaram temperatura de parede prescrita, e constante. Seus resultados mostraram que para o caso supersônico o modelo BL é satisfatório e suficiente para aplicações de engenharia, o mesmo não ocorre para o caso de escoamento hipersônico, quando o modelo  $k-\epsilon$  tem resultados mais adequados. Os dados comparados foram os campos de pressão, temperatura, velocidade e Mach.

Hamed e Vogiatzis (1995) também avaliaram modelos de turbulência para bocais supersônicos 2D planos operando em regime superexpandidos. O critério de comparação foi o coeficiente de empuxo. Usaram o código NPARC para obter a solução numérica. A malha usada foi de 161 x 68 nós. Todos os modelos testados (Chien  $k-\epsilon$ , Wilcox  $k-\omega$ , Baldwin-Barth, Baldwin-Lomax e RNG) resultaram em bons

valores para o coeficiente de empuxo. Todos tiveram erro de 0,8% (superestimado) em relação ao experimento, exceto o RNG que atingiu 1,0% no ponto de projeto. Para escoamento superexpandido, com razão de pressão de 27% da de projeto, o modelo Baldwin-Lomax subestima o coeficiente de empuxo, diferindo 0,7% do experimento, enquanto os outros diferem (superestimam) em 2,1% (Wilcox  $k-\omega$ ), 2,5% (Chien  $k-\epsilon$ ), 4,1% (Baldwin-Barth) e 0,3% (RNG). Quanto à localização da onda de choque, os modelos algébricos predizem sua posição depois da posição real, com pressões mais altas que as reais atrás da onda de choque. A conclusão é que todos os modelos obtiveram soluções praticamente idênticas para ponto de projeto, correlacionando bem a distribuição de pressões com o experimento.

Haidinger (1999) fez um estudo sobre o efeito dos modelos de turbulência em bocal de foguete com refrigeração por filme. Os parâmetros avaliados foram o empuxo e impulso específico. Um dos modelos foi o de Baldwin-Lomax. Resolveu as equações médias de Favre. O escoamento foi resolvido para malha de 80 x 256 em bocal axissimétrico (mas considera a parte de cima e de baixo do bocal). A temperatura da parede foi dada como uma função linear dos dados experimentais. Como condição de contorno na saída, todos os parâmetros foram extrapolados para o exterior. Os resultados mostraram que os modelos algébricos superestimam as perdas por fricção nas tubeiras refrigeradas, já nas de parede adiabática esse efeito não é muito sentido.

Segundo Schley, Haggeman e Krulle (1997, p. 108), para escoamentos em tubeiras sem descolamento de escoamento e desenvolvimento de camada limite livre, os modelos algébricos a zero equação e uma equação são adequados. Os autores ainda esclarecem que os efeitos do não equilíbrio químico podem ser negligenciados para pressões de estagnação acima de 100 bar.

### **2.5.3 Troca de calor**

Back, Massier e Gier (1965a, p. 1607) afirmam não ter havido variação na distribuição das razões de pressão na tubeira ao ser aplicada refrigeração. O único efeito foi para os casos em que houve separação do escoamento, onde o ponto de separação se aproximou mais da saída da tubeira para o caso refrigerado. Com esta conclusão, os autores afirmam que os valores de empuxo são os mesmos para tubeira resfriada ou não, uma vez que o parâmetro base para seu cálculo são as pressões na saída da tubeira (BACK, MASSIER e GIER, 1965a).

Boldman, Schmidt e Gallagher (1968) avaliaram questões de relaminarização do escoamento. Usaram duas tubeiras cônicas com semiângulo de convergente de 30° e 60°. O trabalho foi experimental e o fluido usado foi o ar. A temperatura de estagnação foi de 539 K. A faixa de Re foi de  $6 \cdot 10^5$  a  $5 \cdot 10^6$ . A tubeira de 60° teve troca de calor na garganta 13% maior que a de 30° para altos Re, e 20% maior para baixos Re.

Chang, Kronzon e Merkle (1988) mostraram, numericamente, que parede fria gera uma camada limite muito mais fina que a parede quente, o que resulta em um escoamento mais estável, menos suscetível a descolamento.

Kanda *et al.* (1994) mostraram numericamente, com base em tubeira cônica, que o impulso específico melhora se o divergente tem refrigeração regenerativa, enquanto não é afetado quando a câmara de combustão tem o mesmo tipo de refrigeração.

Manski e Hagemann (1996) mostraram que o resfriamento da parede do bocal não tem impacto na eficiência da tubeira em termos de empuxo (se comparado à parede adiabática), isto porque na tubeira regenerativa o calor vai para o propelente. Apesar da refrigeração não ter afetado a eficiência, reduziu a espessura da camada limite.

## 2.6 Resumo

Este capítulo apresentou uma revisão bibliográfica do assunto avaliado na tese. Inicialmente foram apresentados trabalhos que buscaram melhorar o desempenho de tubeiras pelo projeto de um perfil ótimo de divergente. Conforme já citado anteriormente, o divergente tem sido considerado como a parte da tubeira com maior impacto em seu desempenho.

Verificou-se que existem duas abordagens principais para este projeto, uma denominada de métodos clássicos, que tem por base o uso do método das características com posterior correção de camada limite, e outra com o uso de CFD, através da maximização (ou minimização) de uma função objetivo, usando algum algoritmo pré-definido e posteriormente obtendo as soluções numéricas do escoamento. Geralmente deseja-se maximizar o empuxo.

O objetivo de inserir o projeto de divergente nesta revisão bibliográfica foi de ter uma base das melhorias, percentuais, obtidas com os diferentes métodos



utilizados, de forma a comparar os resultados obtidos na tese com os desses trabalhos.

Após isso foram avaliados os estudos na região transônica. Estes tinham como objetivo principal melhorar as soluções para o escoamento nessa região, que são usadas para iniciar o projeto do divergente usando os métodos clássicos. Verifica-se que o método de Hall diverge para razões de raio menores que um, e neste caso os métodos de Sauer (1944), e Hopkins e Hill (1966), entre outros, são mais adequados. Todos os métodos resolvem o escoamento na região transônica como função dos raios de curvatura, raio de garganta e razão de calores específicos.

Com relação à região convergente, os trabalhos de Hopkins e Hill (1966) e Back, Massier e Gier (1965a) são os mais expressivos. Os primeiros autores mostram que, para razões de raio maiores que 1,5, não há alteração no escoamento na região transônica seja qual for o formato do convergente. Já para razões de raios menores que 1,5 o perfil do convergente pode afetar o escoamento nesta região. Apesar disto os autores dizem que este efeito é secundário e que o fator mais impactante é a razão de raios.

O trabalho de Back, Massier e Gier (1965a) mostra que não há alteração na distribuição de pressões, adimensionalizadas pela pressão de estagnação, ao longo da tubeira para os três formatos de convergente avaliados. Os experimentos foram feitos mantendo os raios de curvatura e de garganta para as três geometrias, mas variando as razões de contração e expansão, o comprimento do divergente e do convergente, e a pressão de estagnação. A razão de raios nestas tubeiras foi 2,0.

Estes dois trabalhos parecem justificar a falta de uma metodologia de projeto do convergente que se verifica na área. Muitos autores afirmam que se seu formato for suave o impacto no desempenho é pequeno, seja qual geometria for usada. Provavelmente explique também a escassez de trabalhos sobre o tema a partir de então.

Analisando como foram feitos os dois trabalhos verificou-se a possibilidade de estudar o tema usando outra abordagem. O primeiro objetivo é isolar o convergente, ou seja, fazer alterações somente no perfil do convergente e verificar as variações dos parâmetros de desempenho. É uma evolução em relação a Back, Massier e Gier (1965a) que alteraram vários parâmetros geométricos ao mesmo tempo. Outro objetivo é avaliar os efeitos das razões de raios, que Hopkins e Hill (1966) indicam ser a característica geométrica mais importante, variando estes

valores e verificando o impacto nos parâmetros de desempenho. Difere do trabalho de Hopkins e Hill (1966), pois em seu trabalho os autores estavam interessados em obter solução do escoamento na região transônica somente, sem verificar o impacto no desempenho da tubeira.

Para validação da modelagem física e numérica usada na tese foi utilizado o trabalho de Back, Massier e Gier (1965a), esse é o motivo pelo qual foram apresentados os trabalhos experimentais que avaliaram o escoamento nestas tubeiras, com foco principalmente na tubeira BMG45-15. Para esta tubeira verificou-se que existe uma região de descolamento do escoamento na transição da câmara de combustão/*plenum* e do convergente. Sendo que adere novamente à parede devido à aceleração do escoamento. Dependendo da pressão de estagnação, pode haver relaminarização nesta região. Ao avaliarem os efeitos viscosos do escoamento usando a medição da transferência de calor, os autores verificaram que os coeficientes de transferência nesta região para pressões abaixo de 75 psia são característicos de escoamento laminar, concluindo que ele relaminariza, voltando a ser turbulento após a garganta. Com base nestas trocas de calor na parede os autores verificaram que, para temperaturas de aproximadamente 1110 K a perda de energia pela parede é de no máximo 1% da disponível no início do escoamento, e que para temperaturas de 300 K esta perda é nula; isso os leva a concluir que o escoamento pode ser considerado adiabático. No que diz respeito a efeitos viscosos os autores concluem que para tubeiras supersônicas o escoamento pode ser considerado invíscido.

Os efeitos viscosos vêm sendo mais considerados com o desenvolvimento de CFD, porém, a maioria dos estudos mostrou que para o cálculo de parâmetros de desempenho, em tubeiras supersônicas, o escoamento invíscido ou mesmo a utilização de modelos de turbulência mais simples como o algébrico, são suficientes.

Na modelagem física existe alguma controvérsia quanto ao impacto da variação do calor específico na avaliação do escoamento. Enquanto Rao mostra que há variação no formato do divergente ao variar o calor específico, outros autores mostram que o calor específico afeta muito pouco o escoamento.

E finalmente com relação à transferência de calor pela parede da tubeira os trabalhos mostram que há pouco impacto no coeficiente de empuxo ou impulso específico, sendo que a refrigeração regenerativa pode inclusive melhorar este parâmetro.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são apresentados alguns conceitos básicos da área de propulsão. Como a matéria é extensa foram abordados somente pontos considerados de maior importância, que podem auxiliar no entendimento do trabalho. Foram expostos de forma genérica, ou seja, ainda não formatados na maneira como foram utilizados nas soluções numéricas e avaliação de resultados.

#### 3.1 TUBEIRA

É um bocal convergente-divergente (bocal C-D) usado para geração de empuxo (Figura 3.1). É um dos componentes principais dos motores foguetes, composto por uma seção convergente, a garganta (região de menor seção de área) e o divergente.

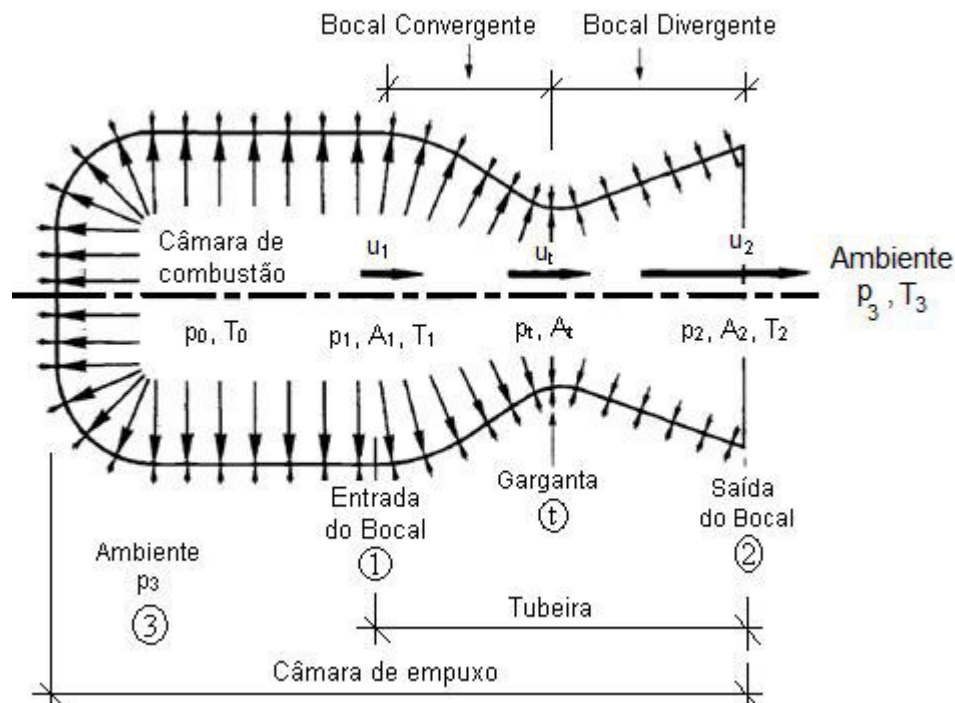


Figura 3.1 – Esquema de uma tubeira [adaptado de Sutton e Biblarz (2010, p. 34)]

O bocal convergente (Figura 3.1) liga a câmara de combustão e a garganta. Nesta região os gases são acelerados, mas as velocidades ainda são subsônicas. Segundo Sutton e Biblarz (2010, p. 76) esta seção não tem sido crítica na obtenção de alto desempenho. O escoamento se desenvolve com pequena queda de pressão. Qualquer raio, semiângulo de cone, curva de contorno de parede ou forma de entrada do bocal é satisfatória. Alguns dispositivos de direcionamento (*attitude control*) têm sido feitos com bocal de 90° a partir do eixo da câmara de combustão sem perda de desempenho.

Na garganta (Figura 3.1) os gases atingem a velocidade sônica. É a seção de menor área na tubeira. Para Sutton e Biblarz (2010, p. 76) sua geometria também não é crítica na obtenção de desempenho, sendo aceitável qualquer raio ou curva.

O bocal divergente (Figura 3.1) é a região da expansão, onde os gases atingem velocidades supersônicas. As tubeiras geralmente são designadas com base na forma desta região (cônicas, parabólicas, sino, duplo sino, etc). A cônica é a mais antiga e de mais simples configuração existente. Sua fabricação é mais fácil (se comparada a outros modelos) e apresenta grande flexibilidade para alterações de desenho/projeto. Sua configuração básica é mostrada nas Figuras 2.1 e 2.2. O semiângulo ( $\alpha$ ) da seção convergente assume valores de 20° a 45°, o cone do divergente tem semiângulo ( $\beta$ ) que pode variar de 12° a 18°, sendo que o mais comum é 15°.

### 3.2 CONDIÇÕES DE OPERAÇÃO DA TUBEIRA

Avaliando o escoamento compressível de gases em um tubo (perfil axissimétrico) de área ( $A$ ) variável usando a abordagem quase unidimensional, é possível obter a relação área-velocidade dada por (ANDERSON, 2007, p. 151)

$$\frac{dA}{A} = (M^2 - 1) \frac{du}{u} \quad (3.1)$$

A Eq. (3.1) mostra que em regiões subsônicas ( $M < 1$ ) o incremento da velocidade ( $du > 0$ ) ocorre no sentido da redução de área ( $dA < 0$ ). Já na região supersônica ( $M > 1$ ) este incremento ocorre no sentido do aumento da área ( $dA > 0$ ). Para velocidade sônica ( $M = 1$ ) a área atinge seu mínimo ( $dA/A = 0$ ). Esse

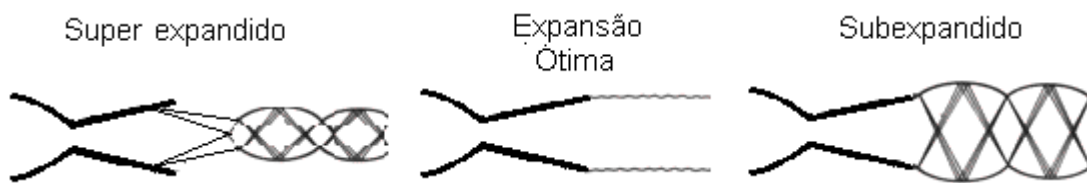
comportamento do escoamento compressível explica o uso de bocais convergentes divergentes para aceleração do escoamento de gases a velocidades supersônicas.

Avaliando a Figura 3.1 com o escoamento indo da seção 1 até 2 pode-se verificar, com base na Eq.(3.1), que o escoamento só continuará sendo acelerado no bocal divergente, se tiver atingido a velocidade sônica na garganta. Caso contrário o escoamento desacelera nessa região.

Além do aspecto geométrico, são necessárias algumas condições de pressão para que o escoamento seja supersônico no divergente e na saída da tubeira. A pressão na garganta deve atingir um valor crítico, que resulta em velocidade sônica na garganta. Considerando a solução “quase unidimensional”, este valor é função da pressão de estagnação e da razão de calores específicos, podendo ser obtido com relações que serão vistas adiante.

Ao alcançar a velocidade sônica na garganta o escoamento tem a máxima vazão mássica possível na tubeira para aquela pressão de estagnação.

Ao começar a desenvolver velocidades supersônicas no divergente, o escoamento no convergente passa a não ser mais afetado por variações percebidas em regiões à frente da garganta, no sentido da saída da tubeira. Quando a pressão de saída ( $p_2$ ) é igual a pressão ambiente ( $p_3$ ) e não há onda de choque em seu interior, a tubeira atinge um regime de operação dito de expansão ótima (Figura 3.2). Apesar de projetada para trabalhar nesse regime, a maioria das tubeiras tem suas razões de área fixa, e como o foguete opera com pressão ambiente (altitude) variável, as condições de projeto ocorrerão somente em determinado ponto de sua trajetória.



**Figura 3.2 – Condições de operação da tubeira**

Antes do ponto ótimo de operação a tubeira funciona num ambiente cuja pressão é maior que a pressão de projeto na saída ( $p_3 > p_2$ ). Nesse regime a razão de áreas da tubeira será maior que a ideal para aquela pressão ambiente, e o escoamento não precisa de toda extensão do bocal divergente para se expandir.

Este regime é conhecido como superexpandido (*overexpanded*), Figura 3.2. Neste caso podem ocorrer duas situações. A primeira quando a pressão ambiente ( $p_3$ ) é muito maior que a pressão de saída ( $p_2$ ), ocorrendo o descolamento do escoamento na parte divergente. O diâmetro de saída do jato torna-se menor que do bocal. Se o escoamento é permanente a separação é axialmente simétrica. Na região central, o escoamento ainda é supersônico, mas rodeado por uma região anular de escoamento subsônico. Este fenômeno ocorre com maior frequência a baixas altitudes, causando perda de empuxo. A operação é crítica caso o escoamento volte a colar na parede da tubeira, pois neste caso as cargas laterais no bocal tornam-se potenciais de falha.

Existem alguns critérios para previsão da separação do escoamento que podem ser vistos em Schmucker (1984, p.37). Destes o mais antigo é o de Summerfield aplicável para razões de pressão ( $p_0/p_3$ ) de 15 a 20. Neste caso, se a razão entre a pressão estática na parede e a pressão ambiente for menor que a dada pela Eq. (3.2) há descolamento do escoamento.

$$\frac{P_{parede}}{P_3} \leq 0,4 \quad (3.2)$$

E finalmente a tubeira pode operar no regime subexpandido (*underexpanded*), Figura 3.2, que ocorre quando a pressão ambiente ( $p_3$ ) é menor que a pressão de saída ( $p_2$ ). Neste caso o bocal tem uma razão de áreas menor que a ideal, ou seja, não tem a extensão suficiente para expansão ótima. O restante da expansão se dará fora do bocal e as ondas de choque normais na saída são substituídas por ondas de choque oblíquas, partindo de suas bordas. Os valores dos parâmetros de desempenho são menores que da expansão ótima.

### 3.3 EQUAÇÃO DO FOGUETE OU LEI DE TSIOLKOVSKI

A equação do foguete foi proposta por Tsiolkovski (1903 apud TURNER, 2006, p. 3), e apesar de simples tem alguns significados importantes. A equação mostra que para acelerar um veículo espacial através da ejeção de massa, é necessária uma carga de propelente que aumenta exponencialmente com o aumento da velocidade, e com o aumento da massa do foguete (incluindo a carga útil).

Considerando a massa inicial ( $m_{\text{inicial}}$ ) como a massa do foguete (estrutura e carga útil) mais a massa de propelente, e a massa final ( $m_{\text{final}}$ ) como a massa inicial menos a massa de propelente consumido. Sabendo ainda que “ $u_{\text{ef}}$ ” é a velocidade de exaustão efetiva e que “ $\Delta u$ ” é o ganho de velocidade após o consumo (combustão) do propelente, a equação é dada por (TURNER, 2006, p. 15)

$$\Delta u = u_{\text{ef}} \ln \left( \frac{m_{\text{inicial}}}{m_{\text{final}}} \right) \quad (3.3)$$

### 3.4 EMPUXO

É a força exercida pelo sistema de propulsão do foguete sobre o veículo, ou seja, é a reação da estrutura do veículo à ejeção de matéria a altas velocidades (SUTTON e BIBLARZ, 2010, p. 32). Considerando a vazão mássica de gases ( $\dot{m}$ ) sendo expelidos a uma velocidade de exaustão efetiva ( $u_{\text{ef}}$ ), pode-se representá-lo por (TIPLER e MOSCA, 2009, p. 267)

$$F = \dot{m} u_{\text{ef}} \quad (3.4)$$

Na Eq. (3.4) o empuxo é descrito somente como uma força resultante da ejeção de gases, ou seja, da troca de quantidade de movimento linear entre os gases e o veículo. Este fato só ocorre quando a pressão de saída ( $p_2$ ) é igual à pressão ambiente ( $p_3$ ), e a expansão é dita ótima. Caso contrário há um desbalanceamento de pressões, que acaba por influenciar no empuxo final. Para este caso, considerando a velocidade axial de exaustão média ( $u_2$ ) dos gases na saída da tubeira, assim como a área de saída ( $A_2$ ), o empuxo é dado por (SUTTON e BIBLARZ, 2010, p. 35)

$$F = \dot{m} u_2 + (p_2 - p_3) A_2 \quad (3.5)$$

Comparando as Eqs.(3.4) e (3.5), verifica-se que a velocidade de exaustão efetiva ( $u_{\text{ef}}$ ) só será igual à velocidade dos gases na saída da tubeira ( $u_2$ ) se a pressão na saída ( $p_2$ ) for igual a pressão ambiente ( $p_3$ ). Isto quer dizer que a velocidade de exaustão efetiva é a velocidade que os gases deveriam ter, para gerar

o mesmo empuxo obtido através da aplicação da Eq. (3.5), a qual, além do empuxo dinâmico tem a parcela do empuxo gerado pelo desbalanceamento da pressão.

### 3.5 IMPULSO ESPECÍFICO ( $I_s$ )

O impulso específico é uma medida de desempenho do foguete. Está geralmente relacionado à eficiência do combustível (TURNER, 2006, p. 58). Matematicamente representado pela razão entre o impulso total e a quantidade, em peso, de gases ejetados num certo intervalo de tempo. Pode-se defini-lo como o empuxo obtido para cada unidade de peso de propelente consumido (por unidade de tempo). Considerando a aceleração da gravidade ( $g$ ) padrão ao nível do mar ( $9,8066 \text{ m.s}^{-2}$ ) tem-se (BROWN, 1996, p. 9)

$$I_s = \frac{\int_0^t F dt}{g \int_0^t \dot{m} dt} \quad (3.6)$$

Considerando empuxo e vazão mássica constantes na Eq.(3.6), e usando a Eq.(3.4) tem-se

$$I_s = \frac{u_{ef}}{g} \quad (3.7)$$

### 3.6 COEFICIENTE DE EMPUXO ( $C_F$ )

O coeficiente de empuxo é um parâmetro adimensional usado para verificar o desempenho da tubeira. É a relação entre o empuxo ( $F$ ) e o produto entre a pressão de estagnação ( $p_0$ ) e a área da garganta ( $A_t$ )

$$C_F = \frac{F}{p_0 A_t} \quad (3.8)$$

O coeficiente de empuxo é máximo no vácuo ( $p_3=0$ ). Quando  $p_2=p_3$  tem-se o coeficiente de empuxo ótimo, relacionado à expansão ótima do escoamento na tubeira (SUTTON e BIBLARZ, 2010, p. 64-67; BROWN, 1996, p. 19-21; TURNER, 2006, p. 52-55).



### 3.7 COEFICIENTE DE DESCARGA ( $C_D$ )

O coeficiente de descarga é outro parâmetro adimensional usado para verificar o desempenho da tubeira. Ele é calculado pela razão entre a vazão mássica na tubeira e a vazão mássica obtida da solução quase unidimensional nas condições de operação.

$$C_D = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{1D}} \quad (3.9)$$

### 3.8 CONDIÇÕES DE ANÁLISE PARA O FOGUETE IDEAL

Brown (1996, p. 13-14) descreve o que seria um escoamento idealizado em um motor de foguete de modo a usar as relações termodinâmicas para definir parâmetros de desempenho.

As considerações para obtenção do desempenho teórico (BROWN, 1996, p. 13-14; SUTTON e BIBLARZ, 2010, p. 48-49) são:

- a. Gases de exaustão homogêneos;
- b. As espécies do fluido de trabalho são gases. Não são consideradas as fases condensadas, sejam líquidas ou sólidas;
- c. Gases de exaustão seguem as leis do gás perfeito;
- d. Não há fricção nas paredes da tubeira e também não há camada limite;
- e. Não há transferência de calor pelas paredes da tubeira (escoamento adiabático);
- f. O escoamento é permanente e constante. A expansão do fluido de trabalho é uniforme e permanente, sem vibração. Os efeitos transientes (partida e desligamento) são de curta duração e podem ser negligenciados;
- g. Gases saem da tubeira na direção axial;
- h. A velocidade, pressão, temperatura e massa específica dos gases são uniformes em qualquer seção normal ao eixo axial;
- i. Não há ondas de choque ou descontinuidades no escoamento; e
- j. O equilíbrio químico se estabelece dentro da câmara e a composição dos gases não muda ao longo do escoamento (escoamento congelado).

As considerações anteriores permitem o desenvolvimento da teoria quase unidimensional do escoamento compressível. Os itens “d”, “e” e “j” permitem o uso das relações de expansão isentrópicas, o que implica na conversão máxima de calor em energia cinética.

### 3.9 ESCOAMENTO ISENTRÓPICO ATRAVÉS DO BOCAL

Em Brown (1996, p. 12-23) e Sutton e Biblarz (2010, p. 47-68) pode-se encontrar as relações para a condição de escoamento ideal em qualquer seção do bocal convergente-divergente.

As relações a seguir são obtidas para o escoamento quase unidimensional. Sua diferença para a solução unidimensional é que a área não é mais constante, mas função de sua posição axial ( $x$ ). Foi usado o subscrito “1D” para identificar as grandezas definidas por essa solução.

#### 3.9.1 Velocidade, pressão e temperatura ao longo da tubeira

Considerando “ $\Re$ ” a constante do gás, “ $\gamma$ ” a razão de calores específicos, e “ $M$ ” o número de Mach, pode-se representar a velocidade, temperatura, pressão em qualquer ponto “ $x$ ”, ao longo do eixo de axissimetria da tubeira, por

$$(u_x)_{1D} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \Re T_0 \left[ 1 - \left( \frac{p_x}{p_0} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right]} \quad (3.10)$$

$$(T_x)_{1D} = T_0 \left[ 1 + \frac{1}{2} (\gamma - 1) M_x^2 \right] \quad (3.11)$$

$$(p_x)_{1D} = p_0 \left[ 1 + \frac{1}{2} (\gamma - 1) M_x^2 \right]^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \quad (3.12)$$

$$M_x = \frac{u_x}{\sqrt{\gamma \Re T_x}} \quad (3.13)$$

### 3.9.2 Vazão mássica

Sendo a vazão mássica constante e avaliando seu valor na garganta ( $M=1$ ) tem-se (TURNER, 2006, p. 50; SUTTON e BIBLARZ, 2010, p. 60)

$$\dot{m}_{1D} = p_0 A_t \sqrt{\frac{\gamma}{RT_0} \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{(\gamma+1)}{(\gamma-1)}}} \quad (3.14)$$

### 3.9.3 Condições de Garganta

Para atingir velocidade sônica na garganta ( $M=1$ ) a pressão na garganta tem que ter um valor crítico ( $p_t$ ), dado a partir da Eq.(3.12) por

$$(p_t)_{1D} = p_0 \left( \frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \quad (3.15)$$

A faixa de valores da razão de calores específicos para os gases em uso atualmente variam de 1,2 a 1,67. Isto corresponde a pressões críticas ( $p_t$ ) na faixa de 49% a 57% da pressão de estagnação.

### 3.9.4 Empuxo (F)

Com base nas análises termodinâmicas do foguete ideal, a Eq. (3.5) pode ser reescrita obtendo-se a equação do empuxo ideal (SUTTON e BIBLARZ, 2010, p. 64)

$$F_{1D} = A_t p_0 \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{(\gamma+1)}{(\gamma-1)}}} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{(\gamma-1)}{\gamma}} \right] + (p_2 - p_3) A_2 \quad (3.16)$$

### 3.9.5 Impulso Específico ( $I_s$ )

Usando as relações termodinâmicas para escoamento isentrópico é possível obter

$$(I_s)_{1D} = \sqrt{\frac{2\gamma RT_0}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{(\gamma-1)}{\gamma}} \right]} \quad (3.17)$$

### 3.10 CONSIDERAÇÕES SOBRE O AR

Considera-se nesse trabalho a composição do ar dada pela NASA-TM-X-74335 *U.S. Standard Atmosphere* (1976, p. 3), sendo 78,084% Nitrogênio ( $N_2$ ), 20,9476% Oxigênio ( $O_2$ ) e 0,9684% por outros gases. Em altitudes até 86 km o ar é considerado como uma mistura homogênea tendo massa molecular média constante, sendo tratado como termicamente perfeito.

Gases termicamente perfeitos são aqueles em que a energia interna é função somente da temperatura, como consequência, a entalpia e os calores específicos à pressão e volume constante também o são. Substâncias que entram nesta classificação podem ser modeladas pela equação de estado dos gases perfeitos

$$p = \rho \mathcal{R} T \quad (3.18)$$

$$\mathcal{R} = c_p - c_v \quad (3.19)$$

O trabalho considerou até o momento a letra “ $u$ ” para representar a componente axial da velocidade. Para não fugir às nomenclaturas e representações termodinâmicas, excepcionalmente, nas Eqs. (3.20), (3.21), (3.22) “ $u$ ” representa a energia interna.

Segundo a teoria da equipartição de energia, os graus de liberdade ( $f$ ) estão relacionados aos modos de energia. Esses podem ser translacionais, rotacionais e vibracionais. Gases monoatômicos têm somente três graus de liberdade (translacionais); e diatômicos tem sete, sendo 3 translacionais, 2 rotacionais e 2 vibracionais. A energia interna de um gás cujas moléculas têm “ $f$ ” graus de liberdade é dada por

$$u = \frac{1}{2} f \mathcal{R} T \quad (3.20)$$

Resultados experimentais mostram que gases diatômicos são bem representados por esta teoria somente para temperaturas muito elevadas (3000 K). Em temperaturas menores (até 800K) se comportam como se tivessem somente cinco graus de liberdade.

Comprovou-se que a baixas temperaturas somente os modos translacional e rotacional estão ativados, sendo o vibracional gradativamente ativado à medida que a temperatura se eleva (JOHN, 1984). Desta forma, a energia interna e o calor específico a volume constante ( $c_v$ ) de gases diatômicos podem ser representados por

$$u = \frac{5}{2} \Re T + u|_{\text{vibracional}} \quad (3.21)$$

$$c_v = \left. \frac{\partial u}{\partial T} \right|_v = \frac{5}{2} \Re + c_v|_{\text{vibracional}} \quad (3.22)$$

Gases caloricamente perfeitos são aqueles cujos calores específicos são constantes. Nestes, o segundo termo do lado direito da Eq.(3.22) é nulo. Para os gases caloricamente imperfeitos e termicamente perfeitos este termo existe e é função da temperatura.

Segundo a NACA 1135 (1953, p.19) e a NASA TM-X-74335 (1976, p.2) a razão de calores específicos ( $\gamma$ ) para o ar, se considerado caloricamente perfeito, pode ser dada por 1,4. Este valor é obtido ao aproximar o ar como gás diatômico. Aplicando este conceito para as Eqs. (3.22) e (3.19), os valores de seus calores específicos a pressão e a volume constantes, se considerado caloricamente perfeito, são  $3,5 \Re$  e  $2,5 \Re$  respectivamente.

Segundo John (1984, p. 263) para temperaturas até 1500K apenas as imperfeições calóricas são significativas. Nesta faixa as imperfeições térmicas podem ser desconsideradas.

A literatura apresenta algumas formas de cálculo dos calores específicos para gases caloricamente imperfeitos em faixas de temperatura onde não há dissociação. Segundo Moran *et al.* (2013, p. 744), para o ar na faixa de 300K a 1000K o calor específico a pressão constante pode ser expresso pela relação

$$c_p = (3,653 - 1,337 \cdot 10^{-3} T + 3,294 \cdot 10^{-6} T^2 - 1,913 \cdot 10^{-9} T^3 + 0,2763 \cdot 10^{-12} T^4) \Re \quad (3.23)$$

Em Çengel e Boyles (2004, p. 913) para o ar na faixa de 273 a 1800K com erro máximo de 0,72% e médio de 0,33%, e massa molecular “ $m_m$ ” a relação é

$$c_p = \frac{(28,11 \cdot 10^3 - 1,967T + 4,802 \cdot 10^{-3} T^2 - 1,966 \cdot 10^{-6} T^3)}{m_M} \quad (3.24)$$

A NACA 1135 (1953, p. 15) apresenta o calor específico a volume constante como uma composição do calor específico do gás caloricamente perfeito (modo translacional e rotacional de energia) e do calor específico devido ao modo vibracional

$$c_v = (c_v)_{\text{caloricamente perfeito}} + (c_v)_{\text{vibracional}} \quad (3.25)$$

O termo relativo ao modo vibracional representa as variações quântico-mecânicas e é determinado pela estrutura molecular do gás na faixa de temperatura em que estas predições são desejadas. Para o caso de gás diatômico na faixa de temperatura de liquefação até 2778 K (5000 °R) a função é dada por

$$(c_v)_{\text{vibracional}} = \Re \left( \left( \frac{\Theta}{T} \right)^2 \frac{e^{\Theta/T}}{(1 - e^{\Theta/T})^2} \right) \quad (3.26)$$

Usando as Eqs. (3.25), (3.26) e (3.19) o calor específico à pressão constante para gases termicamente perfeitos é dado por

$$c_p = (c_p)_{\text{caloricamente perfeito}} \left\{ 1 + \underbrace{\frac{\gamma_{\text{caloricamente perfeito}} - 1}{\gamma_{\text{caloricamente perfeito}}} \left[ \left( \frac{\Theta}{T} \right)^2 \frac{e^{\Theta/T}}{(1 - e^{\Theta/T})^2} \right]}_{\text{contribuição\_vibracional}} \right\} \quad (3.27)$$

A variável “ $\Theta$ ” é uma temperatura de referência, que para as Eqs. (3.26) e (3.27) é de 3055,6 K (5500°R). Essas relações usadas para faixa de temperaturas de 222 K (400°R) a 2778 K (5000°R) e pressões até 2,53 MPa (25 atm) resultam em diferença máxima de 3% entre valores teóricos e experimentais da razão de calores específicos (EGGERS, 1950, p. 248).

Além do calor específico, outras duas propriedades devem ser calculadas, sendo ambas função da temperatura. São elas a condutividade térmica e a viscosidade molecular (ou dinâmica). Para representá-las foi usado o modelo proposto por Sutherland, que também é usado na NACA 1135 (1953, p. 19).

O modelo de Sutherland vem da teoria cinética dos gases e usa um potencial de força-intermolecular idealizado. Representando a viscosidade dinâmica ( $\mu$ ) e a condutividade térmica ( $k$ ) por uma propriedade genérica “ $\Gamma$ ”, tem-se (White, 1991, p. 28-31)

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_r} \approx \left( \frac{T}{T_r} \right)^{3/2} \frac{T_r + \Theta}{T + \Theta} \quad (3.28)$$

A propriedade genérica ( $\Gamma$ ) é função da temperatura ( $T$ ), o subscrito “r” indica um valor de referência da propriedade. Os valores de referência “ $T_r$ ”, “ $\Gamma_r$ ” e  $\Theta$  são dados pela Tabela 3.1. Usando esses valores, resulta um erro estimado de 2% para as faixas de temperaturas descritas.

**Tabela 3.1- Valores de referência para Eq.(3.28)**

$\Gamma$	$\Gamma_r$	$T_r$	$\Theta$	Faixa de temperatura
un.	[N·s·m <sup>-2</sup> ]	[K]	[K]	[K]
$\mu$	1,716.10 <sup>-5</sup>	273	111	170 a 1900
un.	[W·m <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> ]	[K]	[K]	[K]
$k$	2,41.10 <sup>-2</sup>	273	194	160 a 2000

### 3.11 MODELO MATEMÁTICO

O escoamento na tubeira é modelado matematicamente usando a equação de estado, Eq. (3.18), e as equações diferenciais das conservações da massa, quantidade de movimento linear e energia.

Para escoamentos com simetria axial as equações diferenciais podem ser representadas de forma genérica por (BIRD, 2010)

$$C^\phi \left[ \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial(\rho y v\phi)}{\partial y} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma^\phi \frac{\partial\phi}{\partial x} \right) + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left( y \Gamma^\phi \frac{\partial\phi}{\partial y} \right) + P^\phi + S^\phi \quad (3.29)$$

Nesta equação  $x$  e  $y$  representam as coordenadas axial e radial, respectivamente. Com  $\phi=1$  tem-se a equação de conservação da massa, para  $\phi=u$  a conservação da quantidade de movimento linear em  $x$ , para  $\phi=v$  a conservação da quantidade de movimento linear em  $y$ , e para  $\phi=T$  a conservação da energia.

**Tabela 3.2 – Termos da Eq.(3.29)**

$\phi$	$C^\phi$	$\Gamma^\phi$	$P^\phi$	$S^\phi$
1	1	0	0	0
u	1	$\mu$	$-\frac{\partial p}{\partial x}$	$\frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu y \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) +$ $+\frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{v}{\mu} - \frac{2}{3} \right) \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial(yv)}{\partial y} \right) \right]$
v	1	$\mu$	$-\frac{\partial p}{\partial y}$	$\frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu y \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) +$ $+\frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{v}{\mu} - \frac{2}{3} \right) \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial(yv)}{\partial y} \right) \right] - \frac{2\mu v}{y^2}$
T	$c_p$	$k$	$\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y}$	$\mu \left( \frac{v}{\mu} - \frac{2}{3} \right) \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial(yv)}{\partial y} \right)^2 + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 +$ $+ 2\mu \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{v}{y} \right)^2 \right]$



Os escalares  $u$  e  $v$  são as componentes em  $x$  e  $y$  do vetor velocidade. Outros termos da Eq.(3.29) são apresentados na Tabela 3.2.

Para resolver esses sistemas de equações o perfil da tubeira foi considerado axissimétrico e foram levantadas as seguintes condições de contorno (Figura 3.3), cujos modelos matemáticos são apresentados no próximo capítulo:

- Sul (para todos os casos): eixo de axissimetria; não há transferência de quantidade de movimento nem calor através do eixo e a velocidade é completamente axial;
- Oeste (para todos os casos): velocidade de entrada completamente axial; temperatura e pressão de estagnação definem a pressão e temperatura na entrada;
- Leste (para todos os casos): sem necessidade de condição de contorno específica, uma vez que o problema é hiperbólico e o escoamento é supersônico; a pressão ambiente é o vácuo, sendo o escoamento necessariamente subexpandido;
- Norte (invíscido): parede impermeável com deslizamento
- Norte (viscoso): parede impermeável sem deslizamento
- Norte (adiabático): sem transferência de calor pela parede
- Norte (temperatura prescrita): temperatura conhecida

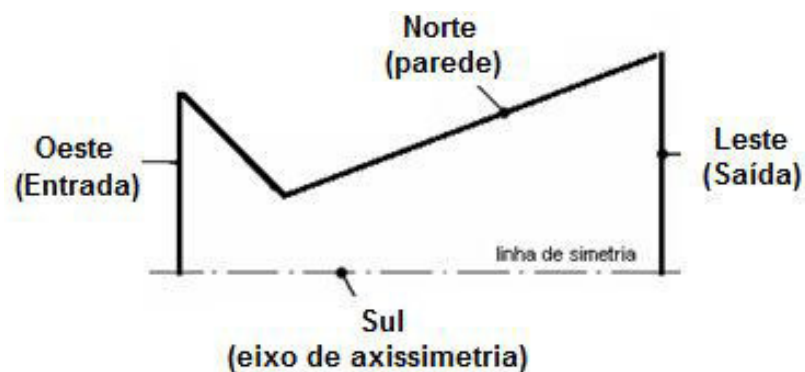


Figura 3.3 – Esboço do domínio físico da tubeira e suas fronteiras

### 3.12 CONSIDERAÇÕES SOBRE A TURBULÊNCIA

Na impossibilidade de resolver as equações de Navier-Stokes nas escalas necessárias para captar os efeitos da turbulência, uma das abordagens para simulação de escoamentos turbulentos é avaliar suas propriedades como uma composição de valores médios (no tempo) e valores oscilatórios. Para isto pode-se utilizar a decomposição de Reynolds ou de Favre sendo essa última mais comum para escoamentos compressíveis. A decomposição de Favre considera que o valor instantâneo de uma propriedade genérica “ $\phi$ ” é composta por uma componente média  $\bar{\phi}$  e outra oscilatória  $\phi'$  (WILCOX, 2000, p. 172)

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (3.30)$$

$$\bar{\phi} = \frac{1}{\bar{\rho}} \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} \rho \phi d\tau \quad (3.31)$$

Ao substituir essas relações nas equações representativas do fenômeno, Eq.(3.29), obtém-se um novo tensor de tensões, denominado tensor de Reynolds, que adiciona mais seis incógnitas (para o caso bidimensional) ao problema, sem adicionar nenhuma equação. Com isto fica-se com 11 incógnitas e 5 equações. Este é o problema de fechamento da turbulência.

Para resolvê-lo pode-se utilizar a hipótese da viscosidade turbulenta de Boussinesq, segundo a qual a tensão turbulenta é similar às tensões viscosas. É, portanto, proporcional às taxas de deformação, cujo coeficiente de proporcionalidade é a viscosidade turbulenta.

As equações médias de Favre resultam na mesma forma da Eq.(3.29), porém em vez de resolver para valores instantâneos de  $\phi$ , resolve para valores médios ( $\bar{\phi}$ ), sendo que os coeficientes de transporte ( $\Gamma^\phi$ ) da Tabela 3.2 ficam da seguinte forma

$$\bar{\Gamma}^\phi = \Gamma^\phi + \Gamma_{turbulento}^\phi \quad (3.32)$$

Quando o escoamento for laminar a parcela turbulenta é zero, quando for turbulento é necessário utilizar um modelo de turbulência que forneça estes valores. Para este trabalho foi usado Baldwin-Lomax (WILCOX, 2000), que será detalhado no próximo capítulo.

### 3.13 ERRO NUMÉRICO

Os resultados numéricos obtidos em CFD geralmente não são os resultados exatos das equações governantes, existindo alguns erros embutidos. São eles os erros de truncamento ( $E_T$ ), de iteração ( $E_n$ ), de arredondamento ( $E_\pi$ ) e de programação ( $E_p$ ). Cada um desses erros entra na solução numérica podendo ter magnitudes e sinais diferentes, se anulando ou não. Desta forma, o erro de uma solução numérica ( $E$ ), para uma variável de interesse genérica “ $\Phi$ ”, pode ser representado por

$$E(\phi) = E(E_T, E_n, E_\pi, E_p) \quad (3.33)$$

Os erros de arredondamento são devidos à representação finita dos números reais. Não podem ser evitados, mas podem ser reduzidos através da utilização de precisão dupla ou quádrupla (FORTUNA, 2000). Em Marchi (2001, p.18-25) verifica-se que o erro de arredondamento aumenta com o refino da malha.

Erros de programação estão relacionados a falhas na geração e/ou no uso do programa computacional gerado (FERZIGER e PÈRIC, 1999, p. 331).

Os processos iterativos usados na solução numérica geram os erros de iteração. As iterações podem ser interrompidas ao atingir algum número limite de iterações, ou algum critério de parada pré-estabelecido. Para qualquer um dos casos haverá algum erro envolvido (FERZIGER e PÈRIC, 1999, p. 331). A forma de reduzi-lo é iterando até atingir o erro de máquina.

E finalmente o erro de truncamento, devido à utilização de funções de interpolação não exatas para aproximação dos valores e dos fluxos das propriedades nas faces dos volumes de controle (usando o método de volumes finitos). Conforme descrito em Ferziger e Pèric (1999, p. 330), como as equações discretizadas são representadas por aproximações truncadas da equação diferencial, a solução não será exata, ou seja, não irá satisfazer a equação

diferencial. Esta diferença é o erro de truncamento. A estimativa deste erro pode ser feita *a priori* através da expansão em série de Taylor em torno de um ponto (MALISKA, 2004, p. 66-68). Considerando que é possível fazer esta estimativa, o resultado para o erro de truncamento pode ser representado de forma genérica por uma série de potência

$$E_t(\phi) = c_1 h^{P_1} + c_2 h^{P_2} + c_3 h^{P_3} + c_4 h^{P_4} + \dots + c_n h^{P_n} \quad (3.34)$$

onde os coeficientes “ $c_n$ ” podem ser positivos ou negativos, função da variável dependente ou de suas derivadas, só não podendo ser função do tamanho dos elementos de malha “ $h$ ”. Os termos “ $P$ ” são as ordens verdadeiras do erro de discretização, sendo que “ $P_1 < P_2 < P_3 < P_4 < \dots < P_n$ ”.

Pode-se verificar na Eq.(3.34) que o termo mais significativo do erro é o de potência “ $P_1$ ”. A esse termo convencionou-se chamar ordem assintótica do erro. Ao refinar a malha o erro é reduzido, tendendo a zero assim que o tamanho do elemento de malha ( $h$ ) tenda a zero (MARCHI, 2001, p.18-25).

Considerando que os erros de programação, arredondamento e iteração podem ser reduzidos de forma a se tornarem pouco significativos, o erro de discretização tem como fonte somente o erro de truncamento. Nestas condições, ao substituir as funções de interpolação (aproximações) na equação que está sendo discretizada, o erro de discretização ( $E_h$ ) é dado por

$$E_h(\phi) = C_1 h^{P_1} + C_2 h^{P_2} + C_3 h^{P_3} + C_4 h^{P_4} + \dots + C_n h^{P_n} \quad (3.35)$$

e as considerações para os termos “ $C_n$ ” e as ordens verdadeiras ( $P$ ) são as mesmas da Eq.(3.34).

### 3.13.1 Estimadores de erros de discretização

O erro da solução numérica ( $E$ ) de uma variável genérica ( $\Phi$ ) é obtido com a solução exata ( $\phi$ ) utilizando a relação

$$E(\phi) = \phi - \phi \quad (3.36)$$

esse erro pode ser calculado para um número restrito de problemas em CFD, uma vez que a solução exata (analítica) é conhecida para poucos casos. Geralmente este valor não é conhecido, devendo-se então recorrer aos estimadores de erros. Quando isto ocorre fala-se em estimativa da incerteza da solução numérica, ou incerteza da solução numérica ( $U$ ), e considerando que " $\Phi_\infty$ " é uma solução analítica estimada tem-se (MARCHI, 2001, p. 52)

$$U = \phi_\infty - \phi \quad (3.37)$$

essa incerteza da solução numérica é calculada com os estimadores de erro e de incerteza, alguns dos quais podem ser vistos em Marchi (2001, p. 51-78).

Falar em estimativa de erro e estimativa de incerteza pode causar certa confusão, por isto o trabalho considerou o que está descrito na ASME V&V (2009), cuja parte significativa foi traduzida na íntegra a seguir,

Estimar erro e estimar incerteza são atividades relacionadas mas não equivalentes, e é comum a confusão. Uma estimativa de erro é obtida para fornecer uma melhora no resultado do cálculo. Por exemplo, se o resultado de um cálculo do coeficiente de transferência de calor em determinada malha é " $f$ " e o erro estimado é " $\varepsilon$ ", então um valor melhorado (mais próximo do valor verdadeiro) é " $f-\varepsilon$ ". Por outro lado, uma incerteza estimada ( $U_{x\%}$ ) é obtida para dar uma confirmação de que o intervalo " $f \pm U_{x\%}$ ", caracteriza uma faixa dentro da qual o valor (matemático) verdadeiro de " $f$ ", provavelmente esteja, com probabilidade de  $x\%$  (ASME V&V, 2009, p.11).

Dos estimadores de erro o mais utilizado é a extrapolação de Richardson. O valor extrapolado ( $\Phi_\infty$ ) é obtido usando as soluções numéricas em duas malhas, uma grossa ( $\Phi_g$ ) e outra fina ( $\Phi_f$ )

$$\phi_\infty = \frac{\phi_f q^P - \phi_g}{q^P - 1} \quad (3.38)$$

na Eq.(3.38) a variável " $q$ " é a razão de refino e " $P$ " é a ordem do erro utilizada, podendo ser a ordem assintótica (obtida *a priori*) ou a ordem aparente (obtida *a posteriori*). Considerando que " $h_g$ " e " $h_f$ " são os tamanhos dos elementos das malhas grossa e fina, respectivamente, tem-se que a razão de refino é dada por

$$q = \frac{h_g}{h_f} \quad (3.39)$$

Segundo a ASME V&V (2009, p. 13) o valor de “q” deve ser maior que 1,3 e ter o mesmo valor para todas as direções.

O valor extrapolado, Eq.(3.38), é uma avaliação melhor que as soluções da malha mais fina e da malha mais grossa. Sua ordem de erro é uma ordem verdadeira acima das malhas usadas para sua obtenção. Com base na Eq.(3.35), se as ordens de erro da malha fina e grossa eram “P<sub>L</sub>”, o valor extrapolado tem ordem de erro “P<sub>2</sub>”.

Ao usar a extrapolação de Richardson com soluções obtidas pelo uso de processos iterativos deve-se tomar alguns cuidados, pois esse estimador amplifica os erros de iteração. É importante garantir que a convergência iterativa foi atingida. Para isto, sugere-se (ASME, 2009, p. 12) reduzir o erro de iteração a um nível negligenciável, se comparado ao erro de discretização. Não é necessário atingir o erro de máquina, pode-se fazê-lo 2 a 3 ordens de magnitude menor que o erro de discretização.

Apesar do estimador de incerteza de Richardson não ser utilizado no trabalho, é a base para entender o estimador GCI (*Grid Convergence Index*), por isto será citado a seguir. Para sua obtenção basta substituir a Eq.(3.38) na Eq. (3.37) e considerando que a solução numérica (Φ) é da malha mais fina (Φ<sub>f</sub>) a incerteza calculada com o estimador de Richardson resulta em (MARCHI, 2001, p. 56)

$$U_{RI}(\phi_f) = \frac{(\phi_f - \phi_g)}{(q^{p_L} - 1)} \quad (3.40)$$

O estimador GCI, de Roache, faz a estimativa multiplicando o módulo do estimador de Richardson por um fator de segurança (F<sub>s</sub>) obtido empiricamente. Este fator tem o objetivo de transformar a estimativa de erro em uma estimativa de incerteza de probabilidade 95%, ou seja, 95% de probabilidade que a solução exata esteja nesta região dada pela incerteza. A incerteza estimada pelo GCI é dada por (MARCHI, 2001, p. 63)

$$U_{GCI}(\phi_f) = F_s \frac{|\phi_f - \phi_g|}{(q^{p_L} - 1)} \quad (3.41)$$

onde o termo  $F_S$  assume o valor 3 se forem usadas somente duas malhas, ou 1,25 se forem usadas três ou mais malhas (ASME V&V, 2009). E a solução numérica é representada por (MARCHI, 2001, p. 64)

$$\phi_{num} = \phi_f \pm U_{GCI}(\phi_f) \quad (3.42)$$

E finalmente o estimador convergente, sugerido por Marchi (2001, p. 105). Esse estimador usa o conceito de ordem aparente ( $p_U$ ) do erro. Essa ordem do erro de discretização permite verificar, *a posteriori*, se à medida que o tamanho do elemento de malha tende a zero, essa ordem do erro tende à ordem assintótica (MARCHI, 2001, p. 84-86). Para sua obtenção são necessárias três soluções numéricas, uma na malha fina " $\Phi_f$ ", outra em uma malha grossa " $\Phi_g$ " e finalmente em uma malha supergrossa " $\Phi_{sg}$ ". Neste caso o refino ( $q$ ) deve ser constante, e a ordem aparente é obtida por

$$p_U = \frac{\log \left[ \frac{\phi_g - \phi_{sg}}{\phi_f - \phi_g} \right]}{\log[q]} \quad (3.43)$$

Para obter o valor da solução numérica convergente ( $\Phi_c$ ) utiliza-se a Eq. (3.38) para obter dois valores da solução extrapolada, uma usando a ordem assintótica ( $p=p_L$ ) e outra usando a ordem aparente do erro ( $p=p_U$ ). A solução numérica convergente é dada por (MARCHI, 2001, p.105)

$$\phi_C = \frac{[\phi_\infty(p_L) + \phi_\infty(p_U)]}{2} \quad (3.44)$$

e a estimativa da incerteza da solução numérica é dada por (MARCHI, 2001, p.105)

$$U_C = \frac{|\phi_\infty(p_L) - \phi_\infty(p_U)|}{2} \quad (3.45)$$

e a solução numérica é representada por (MARCHI, 2001, p.105)

$$\phi = \phi_C \pm U_C \quad (3.46)$$

### 3.14 RESUMO DO CAPÍTULO

Procurou-se neste capítulo apresentar uma visão geral de aspectos teóricos utilizados no decorrer do trabalho.

Devido à complexidade do tema, que abrange desde conceitos físicos do fenômeno e do fluido considerado, passando pelas relações matemáticas que os modelam, e finalmente abordando aspectos numéricos, a explanação foi restrita apenas a pontos, supostos, mais relevantes, no sentido de auxiliarem no entendimento do processo numérico e do resultado final.

Foram descritos aspectos operacionais gerais das tubeiras. Por ser assunto facilmente encontrado em literaturas da área a abordagem foi breve. O objetivo foi somente dar um entendimento do funcionamento, uma vez que é a base do trabalho.

As relações matemáticas apresentadas são somente para as variáveis de interesse do processo, e descritas de forma que se possa entender mais facilmente seu significado físico.

Na modelagem física do fluido foram vistos os modelos que podem ser usados para definição das propriedades variáveis. A viscosidade dinâmica e a condutividade térmica foram definidos pelo modelo de Shuterland, já os calores específicos podem ser modelados de três formas distintas. Na seção de validação é mostrada a avaliação de cada um deles e porque o modelo da NACA 1135 foi usado no trabalho.

As equações de Navier-Stokes foram apresentadas assim como as considerações de sua solução para escoamento laminar ou turbulento. Nesse último caso foi mostrado como considerar as propriedades e sua variação no tempo, assim como o problema de fechamento. No capítulo seguinte será descrito o modelo de turbulência usado para resolver esse caso específico.

Finalmente os aspectos importantes da verificação. Como o trabalho é essencialmente numérico é um fator importante na avaliação dos resultados.



## 4 MODELAGEM NUMÉRICA

Este capítulo apresenta a modelagem numérica do problema mostrando como foram aplicadas as equações que representam o fenômeno. São relatadas ainda as formas como foram feitas as discretizações do domínio e das equações representativas do escoamento. Os métodos utilizados para solução dos sistemas lineares de equações também são citados.

### 4.1 MODELOS MATEMÁTICOS E NUMÉRICOS

A base deste trabalho é a obtenção da solução numérica do escoamento permanente de ar em alguns perfis de convergente aplicados a uma tubeira cônica.

Estudos experimentais com tubeiras são por vezes realizados usando o ar como gás de exaustão. Sua utilização se justifica pela maior facilidade na obtenção de bancadas experimentais, em contrapartida às que utilizam queimas de propelente, que necessitam sistemas de segurança mais complexos e mais caros.

A seguir são citados alguns trabalhos experimentais que utilizam o ar, e trabalhos numéricos que consideram o ar (ou outro gás) modelado como gás perfeito. Hearth e Perchonok (1953) modelaram o ar como gás caloricamente perfeito para verificar o efeito do aquecimento em escoamento supersônico. Back, Massier e Gier (1965a e 1965b) usaram o escoamento de ar em tubeira cônica para avaliar a transferência de calor na parede e o efeito da camada limite na entrada. Back, Massier e Cuffel (1967) empregaram o ar para estudar o escoamento e a transferência de calor em tubeira cônica. Boldman, Schmidt e Gallagher (1968) e Back, Cuffel e Massier (1969) estudaram a laminarização do escoamento em tubeira cônica tendo o ar por fluido. Back, Cuffel e Massier (1972) analisaram o escoamento de ar em uma tubeira axial e outra radial. Hetem, Rafael e Miraglia (2012) consideram os gases resultantes da combustão de etanol e peróxido de hidrogênio se comportando como gás perfeito, para obter o empuxo em uma tubeira com câmara de combustão catalítica. E finalmente Subin (2013), que otimizou uma tubeira para máximo empuxo, adotou o ar modelado como gás ideal e caloricamente perfeito.

Para avaliação numérica dos escoamentos em tuberias pode-se tratar o ar, em muitos casos, como térmica e caloricamente perfeito. Já em outros casos essa consideração pode não ser adequada. Deve-se avaliar a modelagem que mais se ajuste ao problema em análise, no grau de acurácia esperado e na complexidade numérico computacional possível.

Neste trabalho o ar foi modelado como compressível, contínuo, isotrópico, não reativo, viscoso ou não viscoso e termicamente perfeito, ou seja, calores específicos e energia interna específica são funções apenas da temperatura. Suas propriedades termodinâmicas são consideradas variáveis. São elas: o calor específico a pressão constante ( $c_p$ ), a viscosidade dinâmica ( $\mu$ ) e a condutividade térmica ( $k$ ).

Utilizou-se o modelo de Sutherland descrito no capítulo anterior para definir a condutividade térmica e a viscosidade dinâmica. Para definir a modelagem de calor específico foram avaliados os modelos apresentados anteriormente para definição do mais adequado. A pressão, massa específica e temperatura são relacionadas através da equação de estado dos gases perfeitos dada pela Eq. (3.18). Para o caso de fluido viscoso o escoamento pode ser laminar ou turbulento. No caso de escoamento turbulento o modelo utilizado foi o de Baldwin-Lomax. A parede pode ser adiabática ou com temperatura prescrita, sendo impermeável em ambos os casos.

As soluções numéricas apresentadas no capítulo seguinte, de validação, mostraram que os modelos avaliados para cálculo do calor específico, a pressão constante, produzem resultados muito próximos. Desta forma, o modelo adotado foi o da NACA1135, pelo seu uso em trabalhos na área, sendo inclusive o único apresentado no site educacional da NASA.

O objetivo primário das simulações é obter os campos de velocidades, pressão e massa específica no domínio físico. As variáveis dependentes são  $\rho$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $p$  e  $T$ . O sistema de coordenadas é não ortogonal ajustável ao contorno (*body-fitted*), desta forma as equações em coordenadas axissimétricas ( $x$ - $y$ ) foram transformadas para um sistema de coordenadas curvilíneas generalizadas ( $\xi$ - $\eta$ ) (MALISKA, 2004).

A equação da conservação da massa no espaço transformado é dada por

$$\frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \xi} (yU\rho) + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \eta} (yV\rho) = 0 \quad (4.1)$$

O segundo coeficiente de viscosidade é definido adotando a hipótese de Stokes, expresso por (WHITE, 1991, p. 67)

$$\nu = -\frac{2}{3} \mu \quad (4.2)$$

A equação da conservação da quantidade de movimento linear em “x”

$$\begin{aligned} \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \xi} (yU\rho u) + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \eta} (yV\rho u) = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \mu y J \left( \alpha \frac{\partial u}{\partial \xi} - \beta \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right] + \\ + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \mu y J \left( \gamma \frac{\partial u}{\partial \eta} - \beta \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \right] + \frac{P^u}{J} + \frac{S^u}{J} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Com o termo que contém  $S^u$  dado por

$$\begin{aligned} \frac{S^u}{J} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{1}{3} \mu J \left( y_\eta y_\xi \frac{\partial u}{\partial \eta} - y_\eta^2 \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \frac{1}{3} \mu J \left( y_\eta y_\xi \frac{\partial u}{\partial \xi} - y_\xi^2 \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{4}{3} \mu J y_\eta \frac{1}{y} \left( x_\eta \frac{\partial (vy)}{\partial \xi} - x_\xi \frac{\partial (vy)}{\partial \eta} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \frac{4}{3} \mu J y_\xi \frac{1}{y} \left( x_\xi \frac{\partial (vy)}{\partial \eta} - x_\eta \frac{\partial (vy)}{\partial \xi} \right) \right] + \\ + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ J \mu x_\eta y \left( y_\xi \frac{\partial v}{\partial \eta} - y_\eta \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) \right] + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ J \mu x_\xi y \left( y_\eta \frac{\partial v}{\partial \xi} - y_\xi \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.4)$$

E o termo  $P^u$

$$\frac{P^u}{J} = P_\eta y_\xi - P_\xi y_\eta \quad (4.5)$$

A conservação da quantidade de movimento linear em “y”

$$\begin{aligned} \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \xi} (yU\rho v) + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \eta} (yV\rho v) = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \mu y J \left( \alpha \frac{\partial v}{\partial \xi} - \beta \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \right] + \\ + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \mu y J \left( \gamma \frac{\partial v}{\partial \eta} - \beta \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) \right] + \frac{P^v}{J} + \frac{S^v}{J} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Sendo o termo  $S^v$

$$\begin{aligned}
 \frac{S^v}{J} = & \frac{1}{3y} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ J\mu y \left( x_\eta x_\xi \frac{\partial v}{\partial \xi} - x_\xi^2 \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \right] + \frac{1}{3y} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ J\mu y \left( x_\xi x_\eta \frac{\partial v}{\partial \eta} - x_\eta^2 \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) \right] + \\
 & + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ J\mu y_\xi \left( x_\eta \frac{\partial u}{\partial \xi} - x_\xi \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ J\mu y_\eta \left( x_\xi \frac{\partial u}{\partial \eta} - x_\eta \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \right] + \\
 & + \frac{4}{3} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ J\mu x_\xi \left( y_\xi \frac{\partial u}{\partial \eta} - y_\eta \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \right] + \frac{4}{3} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ J\mu x_\eta \left( y_\eta \frac{\partial u}{\partial \xi} - y_\xi \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right] + \\
 & + \frac{4}{3} \frac{v}{y} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} (x_\eta \mu) - \frac{\partial}{\partial \eta} (x_\xi \mu) \right\} - \frac{2}{3} \frac{\mu v}{Jy^2}
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

E o termo  $P^v$

$$\frac{P^v}{J} = P_\xi x_\eta - P_\eta x_\xi \tag{4.8}$$

E a equação de energia

$$\begin{aligned}
 c_p \left[ \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \xi} (yU\rho T) + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \eta} (yV\rho T) \right] = & \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ kyJ \left( \alpha \frac{\partial T}{\partial \xi} - \beta \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \right] + \\
 & + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ kyJ \left( \gamma \frac{\partial T}{\partial \eta} - \beta \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) \right] + \frac{P^T}{J} + \frac{S^T}{J}
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Sendo o termo  $S^T$

$$\begin{aligned}
 \frac{S^T}{J} = & -\frac{4}{3} \mu \left[ \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial V}{\partial \eta} + \frac{1}{Jy} v \right]^2 + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (vy_\eta - ux_\eta) + \frac{\partial}{\partial \eta} (ux_\xi - vy_\xi) \right]^2 + \\
 & + \frac{2\mu}{J^2} \left( \frac{v}{y} \right)^2 + 2\mu \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (uy_\eta) - \frac{\partial}{\partial \eta} (uy_\xi) \right]^2 + 2\mu \left[ \frac{\partial}{\partial \eta} (vx_\xi) - \frac{\partial}{\partial \xi} (vx_\eta) \right]^2
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

E o termo  $P^T$

$$\frac{P^T}{J} = u(P_\xi y_\eta - P_\eta y_\xi) + v(P_\eta x_\xi - P_\xi x_\eta) \tag{4.11}$$

O termo “J” é o jacobiano expresso por

$$J = [x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi]^{-1} \quad (4.12)$$

Os termos “U” e “V” são os componentes contravariantes da velocidade

$$U = uy_\eta - vx_\eta \quad (4.13)$$

$$V = vx_\xi - uy_\xi \quad (4.14)$$

E finalmente, os componentes do tensor métrico são dados por

$$\alpha = x_\eta^2 + y_\eta^2 \quad (4.15)$$

$$\beta = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta \quad (4.16)$$

$$\gamma = x_\xi^2 + y_\xi^2 \quad (4.17)$$

O escoamento turbulento foi resolvido usando as equações médias de Favre. Para fechamento do problema da turbulência assumiu-se a viscosidade turbulenta da hipótese de Boussinesq. O modelo de turbulência adotado foi o de Baldwin-Lomax (1978) descrito em Wilcox (2000, p. 76-79). Os modelos matemáticos são os descritos anteriormente, porém a viscosidade dinâmica e a condutividade térmica devem ser substituídas pelas Eqs. (4.18) e (4.19), onde  $\mu_T$  e  $k_T$  são as viscosidade e condutividade térmica turbulentas (WILCOX, 2000, p. 55).

$$\mu \rightarrow \mu + \mu_T \quad (4.18)$$

$$k \rightarrow k + k_T \quad (4.19)$$

O valor da condutividade térmica turbulenta é dado por (WILCOX, 2000, p. 238)

$$k_T = \frac{\mu_T c_p}{Pr_T} \quad (4.20)$$

A viscosidade turbulenta é uma função de  $y$ , que é a distância ao longo de uma linha normal a partir da superfície. Por ser um modelo de duas camadas, interna e externa, a viscosidade turbulenta ( $\mu_T$ ) é dada pelo modelo de Cebeci-Smith (WILCOX, 2000, p. 74)

$$\mu_T(y) = \begin{cases} \mu_{Ti}(y), & \text{se } y \leq y_m \\ \mu_{To}(y), & \text{se } y_m > y \end{cases} \quad (4.21)$$

onde  $\mu_{Ti}$  é a viscosidade turbulenta da camada interna,  $\mu_{To}$  é a viscosidade turbulenta da camada externa, e  $y_m$  é o local da separação entre as camadas interna e externa

$$\mu_{Ti}(y_m) = \mu_{To}(y_m) \quad (4.22)$$

A viscosidade turbulenta interna é função de  $y$

$$\mu_{Ti}(y) = \rho(y) y_{mix}^2 |\Omega(y)| \quad (4.23)$$

onde  $\rho$  a massa específica local,  $\Omega$  é o módulo da vorticidade, e  $y_{mix}$  é o comprimento de mistura expressos por (WILCOX, 2000, p. 77)

$$\Omega = \left| \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial r} \right| \quad (4.24)$$

$$y_{mix} = k_{BL} y \left[ 1 - \exp\left(\frac{-y^+}{A_0^+}\right) \right] \quad (4.25)$$

onde  $k_{BL}$  é a constante de von Karman,  $A_0^+$  é outra constante cujo valor é definido adiante, e  $y^+$  a distância adimensional à parede expressa por

$$y^+ = \frac{\sqrt{\tau_{parede} \rho_{parede}}}{\mu_{parede}} y \quad (4.26)$$

com  $\tau_{parede}$  sendo a tensão de cisalhamento na parede, e  $\rho_{parede}$  é a massa específica na parede.

A viscosidade turbulenta da camada externa, longe o suficiente da superfície, é expressa por (WILCOX, 2000, p. 77)

$$\mu_{To}(y) = \rho(y) K C_{cp} F_{esteira} F_{kleb} \quad (4.27)$$

onde  $F_{kleb}$  é a função de intermitência de Klebanoff. As relações necessárias para solução da Eq. (4.27) são

$$F_{esteira} = \min(y_{max} F_{max}, C_{wk} y_{max} u_{diff}^2 / F_{max}) \quad (4.28)$$

onde os valores de  $y_{max}$  e  $F_{max}$  são os valores de  $y$  onde  $F$  é máximo. A função  $F$  é definida por

$$F(y) = y_{min} |\Omega| \quad (4.29)$$

e  $u_{diff}$  é expresso por

$$u_{diff} = \left( \sqrt{u^2 + v^2} \right)_{max} - \left( \sqrt{u^2 + v^2} \right)_{y=y_{max}} \quad (4.30)$$

O fator de intermitência de Klebanoff é usado para reduzir a viscosidade turbulenta a zero na região externa da camada limite, e é dada por

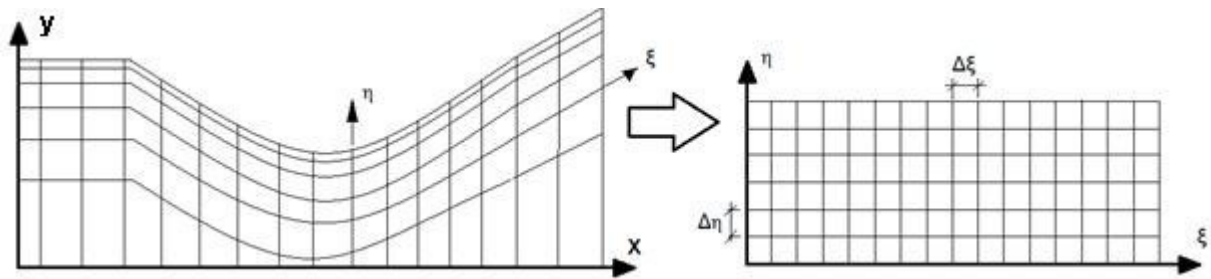
$$F_{kleb}(y) = \left[ 1 + 5,5 \left( \frac{y}{\delta} \right)^6 \right]^{-1} \quad (4.31)$$

$$\delta = \frac{y_{max}}{C_{kleb}} \quad (4.32)$$

As constantes usadas no modelo de Baldwin-Lomax são,  $A_0^+ = 26$ ,  $C_{cp} = 1,6$ ,  $C_{kleb} = 0,3$ ,  $C_{wk} = 1,0$ ,  $k = 0,4$ ,  $K = 0,068$  (WILCOX, 2000, p. 77).

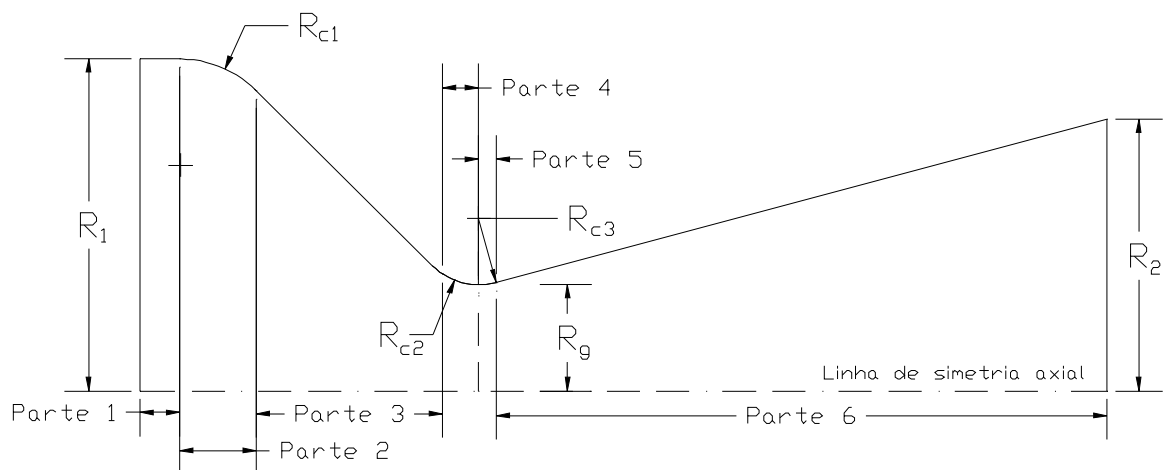
## 4.2 DISCRETIZAÇÃO

A discretização do domínio foi feita considerando malha não ortogonal, estruturada e não uniforme, sendo então necessário a transformação para um sistema de coordenadas curvilíneas, ou generalizadas (MALISKA, 2004, p. 197-198), conforme Figura 4.1.



**Figura 4.1 – Sistema de coordenadas cartesianas e curvilíneas generalizadas**

A Figura 4.2 mostra uma tubeira genérica em que o domínio de cálculo foi dividido em seis partes. Cada parte foi dividida, uniformemente, em “ $n_x$ ” volumes de controle na direção  $x$ . A quantidade de elementos em  $x$ , em cada parte, foi estabelecida de modo a tornar a malha o mais uniforme possível ao longo de toda a extensão da tubeira. A malha base da maioria dos casos tem 72 elementos em  $x$ , gerando volumes que tem  $\Delta x$  de aproximadamente 2,54 mm. Na direção  $y$  a discretização do domínio foi feita de forma uniforme por seção para o caso invíscido, e com progressão geométrica para os casos laminar e turbulento.



**Figura 4.2 – Esquema genérico da divisão do domínio físico em 6 partes**

Os elementos da malha são quadriláteros. Artigos, como de Marchi *et al.* (2010), indicam que elementos triangulares apresentam maior erro de discretização que os quadriláteros. Outra vantagem em seu uso é a facilidade de implementação.



A estratégia de armazenamento das variáveis é feita com a abordagem colocalizada para todas as variáveis, sendo os valores alocados no centro do volume de controle.

As equações diferenciais que modelam o fenômeno foram discretizadas usando o método dos volumes finitos (MVF). Segundo Maliska (2004, p.28) o MVF é um método que, para obter as equações aproximadas, satisfaz a conservação das propriedades em nível de volumes elementares. Neste trabalho as equações diferenciais foram integradas sobre o volume elementar, no espaço e no tempo.

**Tabela 4.1 – Aproximação dos termos difusivos**

	<b>Difusivo (<math>\xi</math>)</b>	<b>Difusivo (<math>\eta</math>)</b>
Leste	$\left. \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right _e = \frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta \xi}$	$\left. \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right _e = \frac{\phi_N + \phi_{NE} - \phi_S - \phi_{SE}}{4\Delta \eta}$
Oeste	$\left. \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right _w = \frac{\phi_P - \phi_W}{\Delta \xi}$	$\left. \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right _w = \frac{\phi_N + \phi_{NW} - \phi_S - \phi_{SW}}{4\Delta \eta}$
Norte	$\left. \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right _n = \frac{\phi_E + \phi_{NE} - \phi_W - \phi_{NW}}{4\Delta \xi}$	$\left. \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right _n = \frac{\phi_N - \phi_P}{\Delta \eta}$
Sul	$\left. \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right _s = \frac{\phi_E + \phi_{SE} - \phi_W - \phi_{SW}}{4\Delta \xi}$	$\left. \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right _s = \frac{\phi_P - \phi_S}{\Delta \eta}$

Os termos difusivos, representados pelas derivadas primeiras, foram aproximados usando o esquema de diferenças centrais (CDS-2), de 2ª ordem, sendo uma função de interpolação bastante usada para estes termos (MALISKA, 2004). Os termos de pressão, representados por seu valor nas faces, foram aproximados também com o esquema CDS-2. Já os termos advectivos, também representados pelo valor das variáveis nas faces, foram aproximados com o esquema *upwind difference scheme* (UDS) de 1ª ordem (Tabelas 4.1 e 4.2), pois aproximações de 2ª ordem resultaram em oscilação numérica, fenômeno verificado ao representar os termos advectivos usando aproximações não dissipativas em problemas de advecção dominante (MALISKA, 2004, p. 90-92).

Tabela 4.2 – Aproximação dos termos advectivos e de pressão

	Advectivos	Pressão
Leste	$\phi_e = \left(\frac{1}{2} + \lambda_e\right)\phi_P + \left(\frac{1}{2} - \lambda_e\right)\phi_E$ $\lambda_e = \frac{1}{2} \text{sign}(U_e)$	$P_e = \frac{P_E + P_P}{2}$
Oeste	$\phi_w = \left(\frac{1}{2} + \lambda_w\right)\phi_W + \left(\frac{1}{2} - \lambda_w\right)\phi_P$ $\lambda_w = \frac{1}{2} \text{sign}(U_w)$	$P_w = \frac{P_W + P_P}{2}$
Norte	$\phi_n = \left(\frac{1}{2} + \lambda_n\right)\phi_P + \left(\frac{1}{2} - \lambda_n\right)\phi_N$ $\lambda_n = \frac{1}{2} \text{sign}(V_n)$	$P_n = \frac{P_N + P_P}{2}$
Sul	$\phi_s = \left(\frac{1}{2} + \lambda_s\right)\phi_S + \left(\frac{1}{2} - \lambda_s\right)\phi_P$ $\lambda_s = \frac{1}{2} \text{sign}(V_s)$	$P_s = \frac{P_S + P_P}{2}$

As condições de contorno foram aplicadas utilizando a técnica dos volumes fictícios (MALISKA, 2004, p. 42). Desta forma as equações diferenciais foram integradas em todos os volumes reais, que são representados pelo volume genérico P da Figura 4.3a. Os volumes de fronteira são exemplificados na Figura 4.3b pelo volume genérico P na fronteira leste, mas que pode ser estendido para as outras fronteiras.

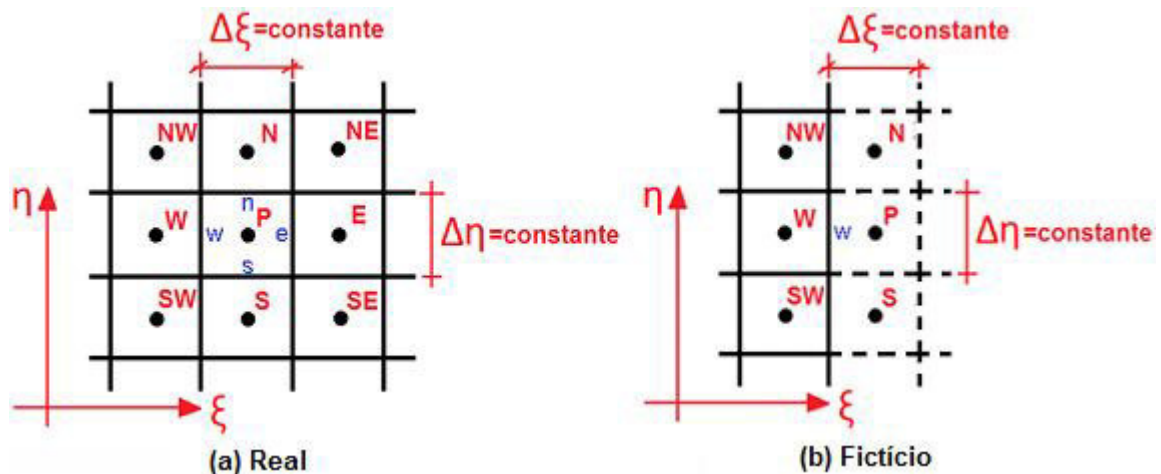


Figura 4.3 – Representação de volumes genéricos “P” real (a) e fictício (b)

Ao resolver, de forma segregada<sup>11</sup>, os sistemas de equações algébricas lineares, resultantes da discretização das equações que representam o escoamento incompressível, é necessário tratar o acoplamento pressão-velocidade. Para o caso da solução do escoamento a qualquer regime de velocidade, em que são resolvidos ao mesmo tempo os campos de baixas velocidades (incompressível), quanto de altas velocidades (compressível), trata-se o acoplamento de pressão-velocidade e de pressão-massa específica. Tem-se dessa maneira uma formulação adequada a qualquer regime de velocidades (MARCHI e MALISKA, 1994), que possibilita obter o campo de velocidades para todo o escoamento, e não só para a região supersônica (ARAKI, 2007, p. 68).

Essa abordagem considera tanto a faixa de escoamento incompressível (baixas velocidades) quando a faixa de escoamento compressível (altas velocidades). O fluxo de massa tem duas variáveis, velocidade e massa específica, que é uma não linearidade importante. Usando a face leste como exemplo, o fluxo de massa é linearizado através de (MALISKA, 2004, p. 292)

$$\dot{m}_e = \{(\rho^* U)_e + (\rho U^*)_e - (\rho^* U^*)_e\} \Delta \eta \Delta \xi \quad (4.33)$$

e se o escoamento é de baixa velocidade, a massa específica é constante e o 2º e 3º termos se anulam. Se o escoamento é de altas velocidades, a velocidade pode ser linearizada, de forma que o 1º e 3º termo se cancelam. Tratando o acoplamento dessa forma, o problema é resolvido para todo o escoamento.

A implementação das condições de contorno para o escoamento em tubeira são de quatro espécies: contorno sólido, entrada do escoamento (subsônico), saída do escoamento (supersônico), e simetria.

Foram aplicadas nas quatro fronteiras do domínio físico, norte (parede), sul (simetria), oeste (entrada) e leste (saída) conforme mostra a Tabela 4.3, tendo por base a Figura 3.3 (p.63), onde  $\frac{\partial}{\partial n}$  é a derivada normal à superfície, e  $T_w$  é a temperatura prescrita na parede da tubeira.

---

<sup>11</sup> A solução acoplada resolve um só sistema de equações lineares, composto da conservação da massa, energia e quantidade de movimento. A solução segregada resolve um sistema por vez.

Tabela 4.3 – Condições de contorno aplicadas nas fronteiras

	Norte	Sul	Oeste	Leste
Invíscido com temperatura prescrita	$\frac{\partial u}{\partial n} = 0; \frac{\partial v}{\partial n} = 0$ $T = T_w; \frac{\partial p}{\partial n} = 0$			
Invíscido com parede adiabática	$\frac{\partial u}{\partial n} = 0; \frac{\partial v}{\partial n} = 0$ $\frac{\partial T}{\partial n} = 0; \frac{\partial p}{\partial n} = 0$	$\frac{\partial u}{\partial n} = 0$ $v = 0$ $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$ $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$	$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0$ $T = T_{entrada}$ $P = P_{entrada}$	$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0$ $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$ $\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0$
Laminar ou turbulento com temperatura prescrita	$u = 0; v = 0$ $T = T_w; \frac{\partial p}{\partial n} = 0$			
Laminar ou turbulento com parede adiabática	$u = 0; v = 0$ $\frac{\partial T}{\partial n} = 0; \frac{\partial p}{\partial n} = 0$			

Os valores de  $p_{entrada}$  e  $T_{entrada}$  na Tabela 4.3 são as propriedades na entrada do bocal convergente. Considerando que o escoamento do *plenum* até esse ponto foi isentrópico então usam-se as Eqs. (3.10) a (3.13) aplicadas a essa região.

As derivadas segundas que aparecem na Tabela 4.3 são uma extrapolação linear das propriedades de interesse do domínio para os volumes fictícios. Difere da aproximação por derivada primeira que igualam os valores dos volumes na região fictícia a de seus respectivos vizinhos reais.

De todas as equações descritas no modelo matemático, a equação da conservação da quantidade de movimento linear fornece o campo de velocidades  $u$  e  $v$  nodais. A conservação da massa, com o método SIMPLEX (van DOORMAAL e RAITHBY, 1984) para solução do acoplamento pressão-velocidade resulta em um campo de correção de pressão ( $\Delta p$ ), que fornece uma correção para  $p$ ,  $u$  e  $v$ . A equação da energia fornece o campo de temperaturas. E finalmente a massa específica é obtida a partir da equação de estado.

Para obtenção das velocidades nas faces do volume de controle, utiliza-se a equação da conservação da quantidade de movimento linear discretizada para um volume de controle e seu vizinho à jusante e superior. Pela combinação das

equações (MARCHI e MALISKA, 1994), obtêm-se as expressões para as velocidades nas faces, a montante e a jusante do volume de controle considerado.

Após discretizadas as equações são obtidos os coeficientes e termos fontes dos sistemas de equações lineares para  $u$ ,  $v$ ,  $\Delta p$  (correção da pressão) e  $T$ , que são apresentados no Apêndice A. A solução é não acoplada, ou seja, cada sistema linear é resolvido separadamente. A resolução destes sistemas de equações algébricas, resultante do processo de discretização, foi obtida com o *Tri Diagonal Matrix Algorithm* (TDMA), com o MSI, “*Modified Strongly Implicit Procedure*” (SCHNEIDER e ZEDAN, 1981), com Jacobi, ou, ainda, com Gauss-Seidl.

Testes no início do trabalho mostraram que o sistema MSI foi o mais apropriado para obtenção da correção da pressão (a solução da conservação da massa). O Jacobi mostrou certa vantagem para solução dos outros sistemas, tendo sido bastante usado nesses casos. Como o objetivo do trabalho não foi melhorar tempo de processamento, mesmo porque esse tempo não foi um fator restritivo, não houve preferência por um ou outro método. O único que foi mantido foi o MSI para a correção da pressão.

### 4.3 ALGORITMO

O algoritmo do programa Mach2D segue os seguintes passos.

1. Leitura de dados ( $P_0$ ,  $T_0$ , iterações,  $\Delta t$ , etc)
2. Leitura de dados da geometria da tubeira
3. Geração da malha
4. Cálculo das métricas de transformação de coordenadas
5. Estimativa inicial dos campos de  $T$ ,  $p$  e  $u$  (valores da solução quase unidimensional) e  $v$
6. Atualiza valores na entrada da tubeira  $u$ ,  $T$ ,  $p$
7. Cálculo de  $c_p$  e  $\gamma$
8. Cálculo de  $\mu$
9. Cálculo de  $\mu_T$  (se modelo turbulento)
10. Cálculo de  $k$
11. Cálculo de  $k_T$  (se modelo turbulento)

12. Cálculo dos coeficientes  $[A^u]$  e termos fonte  $[b^u]$  para conservação da quantidade de movimento em x
13. Cálculo dos coeficientes  $[A^v]$  e termos fonte  $[b^v]$  para conservação da quantidade de movimento em y
14. Cálculo dos coeficientes do método Simplex
15. Cálculo dos coeficientes  $[A^{\Delta p}]$  e fontes  $[b^{\Delta p}]$  para conservação da massa
16. Solução do sistema linear  $[A^u][u]=[b^u]$  em  $n_u$  iterações
17. Solução do sistema linear  $[A^v][v]=[b^v]$  em  $n_v$  iterações
18. Obter componentes ortogonais da velocidade (u e v) e as contravariantes (U e V) nas faces
19. Solução do sistema linear  $[A^{\Delta p}][\Delta p]=[b^{\Delta p}]$  em  $n_{\Delta p}$  iterações
20. Correção da pressão com  $\Delta p \rightarrow p=p+\Delta p$
21. Correção das componentes da velocidade u e v com  $\Delta p$
22. Retorna em 6 até completar  $n_{it}$  iterações
23. Calcula coeficientes  $[A^T]$  de termos fonte  $[b^T]$  para conservação da energia
24. Solução do sistema linear  $[A^T][T]=[b^T]$  em  $n_T$  iterações
25. Cálculo da massa específica
26. Retorna em “6” até atingir o número de iterações estipulado ou o critério de convergência
27. Pós-processamento

#### 4.4 PÓS-PROCESSAMENTO

Após a solução do escoamento são calculados alguns parâmetros de eficiência de tuberias. A avaliação foi feita considerando o vácuo como pressão ambiente. Esse é um padrão de comparação comum para esses dispositivos.

Considerando que  $S_{ex}$  é a área de exaustão da tubeira, cuja seção é normal ao eixo axial, o empuxo no vácuo ( $F_v$ ) e a vazão mássica ( $\dot{m}$ ) são dadas por

$$F_v = \int_{S_{ex}} \rho u u dS + \int_{S_{ex}} p dS \quad (4.34)$$

$$\dot{m} = \int_{S_{ex}} \rho u dS \quad (4.35)$$

Seus valores numéricos são obtidos por

$$F_v = 2\pi \sum_{i=1}^n \left( y_e \rho_e U_e u_e + p_e y_e \frac{\partial y}{\partial \xi} \Big|_e \right)_i \quad (4.36)$$

$$\dot{m} = 2\pi \sum_{i=1}^n (\rho_e y_e U_e)_i \quad (4.37)$$

onde U é a velocidade contravariante, o subscrito “e” significa os valores dos parâmetros na face leste dos volumes de controle na seção de saída da tubeira, e “n” são os volumes que compõem essa seção.

O impulso específico no vácuo é dado em [s] por

$$I_{sv} = \frac{F_v}{g\dot{m}} \quad (4.38)$$

Considerando que  $A_t$  é a área da garganta, o coeficiente de empuxo no vácuo ( $C_{Fv}$ ) é calculado por

$$C_{Fv} = \frac{F_v}{p_0 A_t} \quad (4.39)$$

O coeficiente de descarga ( $C_D$ ) expresso por

$$C_D = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{1D}} \quad (4.40)$$

Tanto o empuxo no vácuo, quanto os impulso específico e o coeficiente de empuxo podem ser apresentados adimensionalizados pela solução 1D, como foi feito com o coeficiente de descarga. Para esse trabalho isso não faz diferença, pois as tubeiras que serão comparadas têm as mesmas propriedades de estagnação, mesmos raios de garganta, de entrada e de saída, ou seja, as soluções do escoamento quase unidimensional (1D) são as mesmas para todas as tubeiras comparadas.

#### 4.5 PROGRAMAÇÃO

A programação foi feita em Fortran 90. O código computacional base é o Mach2D que vem sendo desenvolvido desde a década de 1990, tendo sido iniciado na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Este código resolve o escoamento gerando os campos de velocidades (bidimensional), temperatura, pressão e massa específica, assim como outras variáveis de interesse. O trabalho utilizou o código como base, tendo feito as alterações e ajustes necessários conforme a exigência dos modelos testados.

Para avaliação das soluções numéricas foi utilizado o programa Richardson 4.0 também em linguagem Fortran 90, desenvolvido pelo grupo de CFD da Universidade Federal do Paraná (UFPR). Esse programa avalia os dados de parâmetros de interesse obtidos em uma série de malhas e traz como resultado as ordens aparentes do erro e as estimativas de incerteza da solução numérica, usando os estimadores GCI e Convergente, entre outros.

Para programação foi adotada precisão dupla como forma de minimizar o erro de arredondamento. Nas rotinas de cálculo que utilizaram métodos iterativos, buscou-se minimizar o erro de iteração através da realização de iterações até o atingimento do erro de máquina. Com isso fica garantido que ao aplicar a extrapolação de Richardson os erros de iteração não sejam amplificados. Como parâmetro para esse monitoramento foram acompanhadas as variações ( $\Delta$ ) entre a iteração atual ( $i$ ) e a iteração anterior ( $i-1$ ) do empuxo dinâmico adimensionalizado pela solução unidimensional ( $F_d^*$ ) e a vazão mássica na entrada ( $\dot{m}_{in}$ ), dados por

$$\Delta F_d^* = \left| F_d^*{}^i - F_d^*{}^{i-1} \right| \leq 10^{-15} \quad (4.41)$$

$$\Delta \dot{m}_{in} = \left| \dot{m}_{in}{}^i - \dot{m}_{in}{}^{i-1} \right| \leq 10^{-14} \quad (4.42)$$

a norma  $L_1$  dos resíduos das soluções de todos os sistemas lineares também foi acompanhada, mas as Eqs.(4.41) e (4.42) foram as mais adequadas como critério de parada.



Em todas as malhas geradas foram computadas as soluções numéricas para as variáveis primárias dependentes, sendo então realizados os cálculos para obtenção das variáveis de interesse.

O processo de verificação seguiu as linhas gerais da ASME V&V (2009) utilizando os estimadores de incerteza GCI e Convergente. Para isto algumas considerações devem ser feitas.

O valor de  $h$  usado foi o valor médio dos elementos de malha no sentido axial, ou seja, o comprimento da tubeira dividido pelo número de elementos em  $x$ .

Como esta atividade exige avaliações através de refinamentos de malha, foram realizados tantos refinamentos quanto possível. A razão de refino, dada pela Eq.(3.39), foi constante e de valor 2 (dois). Este valor está de acordo com o que recomenda a ASME V&V (2009), a qual exige que seja maior que 1,3.

A ordem assintótica do erro de discretização avaliado *a priori* foi 1 (um), pois são usadas aproximações CDS (2ª ordem) e UDS (1ª ordem), e a ordem do erro degenera para a menor ordem.

Para estimar as incertezas o valor de  $p_L$  utilizado na Eq.(3.41) foi da ordem assintótica ( $p_L$ ) para a primeira extrapolação, que usa duas malhas, e a partir da terceira, que usa as três malhas mais grossas, foi utilizado o menor valor entre a ordem assintótica ( $p_L$ ) e a ordem aparente ( $p_U$ ).

Foi feito desta forma pois a ordem aparente só é obtida com o resultado em três malhas. Além disso, espera-se que, com o refino da malha, a ordem aparente tenda à ordem assintótica do erro.

Ao usar o estimador GCI o fator de segurança ( $F_S$ ) utilizado foi 3 quando usadas duas malhas, e 1,25 ao usar três ou mais malhas, conforme especificado pela ASME V&V (2009, p.13-14).

#### 4.6 RECURSOS COMPUTACIONAIS

Os recursos computacionais utilizados foram os disponibilizados pelo Laboratório de Experimentação Numérica (LENA) da UFPR e também de recursos particulares. Os *hardwares* utilizados nas simulações são descritos na Tabela 4.4. O compilador foi o Intel Visual Fortran 11.1.065 [Intel64].

Tabela 4.4 – Computadores utilizados nas simulações

Computador	Memória RAM [GB]	bits	Processador	Barramento [GHz]	Sistema
CFD.9	8	64	Intel Core2 Quad	2,4	Windows7
CFD.21	192	64	Intel Xeon X5690	3,47	Windows7
H.1	4	64	AMD Turion X2 Dual Core	2,2	Windows7
H.2	6	64	Intel Core i7 3612-QM	2,1	Windows7
H.3	8	64	Intel Core i7-3770	3,4	Windows8

#### 4.7 RESUMO DO CAPÍTULO

As equações de Navier-Stokes permanecem sem solução analítica. Somente para alguns poucos casos e simplificações, que podem torná-las não representativas do fenômeno, é que existem soluções exatas. Para outros, algum tipo de aproximação é necessária.

Enquanto outro recurso não estava disponível para avaliação dos escoamentos, a equação de Bernoulli foi muito utilizada para análises fluidodinâmicas, e para melhorar a investigação era necessário considerar, de alguma forma, as perdas existentes e que não são contempladas em Bernoulli. Recorria-se então, e ainda hoje, a experimentações para quantificar as perdas (perdas de carga).

Em 1910 Richardson resolveu pela primeira vez as equações de Laplace via um método iterativo (numérico). Alguns consideram este o início de CFD. Ainda assim, a solução numérica de escoamentos era muito limitada, devido à falta de recursos para os diversos cálculos que devem ser feitos, principalmente pela presença de longos processos iterativos.

Na década de 50, com a revolução da microeletrônica e o desenvolvimento dos computadores foi possível unir os métodos numéricos e computacionais para que a CFD pudesse se desenvolver, ampliando as possibilidades de análises de escoamentos e transferência de calor.

Nesse capítulo foram apresentados os pressupostos utilizados no trabalho, para resolver as equações representativas do fenômeno usando as técnicas numérico-computacionais de CFD.

Viu-se inicialmente como foi feita a discretização do domínio e a necessidade de transformar as equações de sua forma ortogonal para a forma de um sistema de coordenadas generalizado.

Foram mostradas as equações de Navier-Stokes para o espaço transformado e descritos os métodos para sua discretização, assim como as aproximações utilizadas para obter as equações discretizadas e os sistemas lineares de equações.

Os métodos iterativos utilizados para solução dos sistemas lineares não foram detalhados, mas citados, e são conhecidos na literatura. Foram citados ainda os critérios de parada (de convergência).

As variáveis primárias e secundárias e as formulações numéricas para obtê-las foram descritas, sendo os valores numéricos de interesse pós processados com a aplicação dos estimadores de erro e de incertezas para verificação da solução numérica e posterior validação.

Finalmente alguns aspectos da programação e *hardware* utilizados também foram apresentados.

## 5 VALIDAÇÃO

Validação é a avaliação de quão bem um modelo matemático representa determinado fenômeno físico real (ROACHE, 1998). No caso deste trabalho, cuja base é essencialmente numérica, busca-se definir como o modelo matemático, o método numérico usado e o algoritmo implementado representam o fenômeno estudado.

O processo de validação teve como regras gerais o que define a ASME V&V 20-2009 (2009). Ela especifica os roteiros para verificação e validação em CFD e transferência de calor computacional (CHT). Foi usada como referência, não sendo seguida exatamente em todas as suas indicações.

### 5.1 Dados experimentais - Tubeira BMG30-15

A tubeira BMG30-15 (Figura 5.1) foi usada como base para avaliação do efeito do convergente em dispositivos de alta razão de raios<sup>12</sup>, que neste caso é 2,0.

Para validação da solução numérica neste dispositivo o teste usado foi o 268. Os dados desse teste são disponibilizados de forma gráfica (Figura 5.1) no trabalho de Back, Massier e Gier (1965a), e com dados tabelados (Tabela 5.1) no *Technical Report* nr.32-415 de Back, Massier e Gier (1965b). Foram usados os valores tabelados, por serem mais exatos que a leitura gráfica.

As propriedades de estagnação são de 1,03835 MPa (150,6 psia) e 824,4 K (1484°R) para pressão e temperatura respectivamente. A vazão mássica lida no experimento foi de 2,34 kg/s (5,158 lb/s).

Algumas características adicionais, segundo Back, Massier e Gier (1965b, p.6), é não haver ocorrido separação do escoamento na saída para pressões de estagnação acima de 551,6 kPa (80 psia). E a distribuição de pressões, adimensionalizadas pela pressão de estagnação, não variar para pressões de estagnação acima de 1034,2 kPa (150 psia). Abaixo deste valor a variação está na saída do escoamento devido à superexpansão.

---

<sup>12</sup> Razão entre o raio de curvatura da garganta ( $R_{c2}$ ) e o raio da garganta ( $R_t$ )

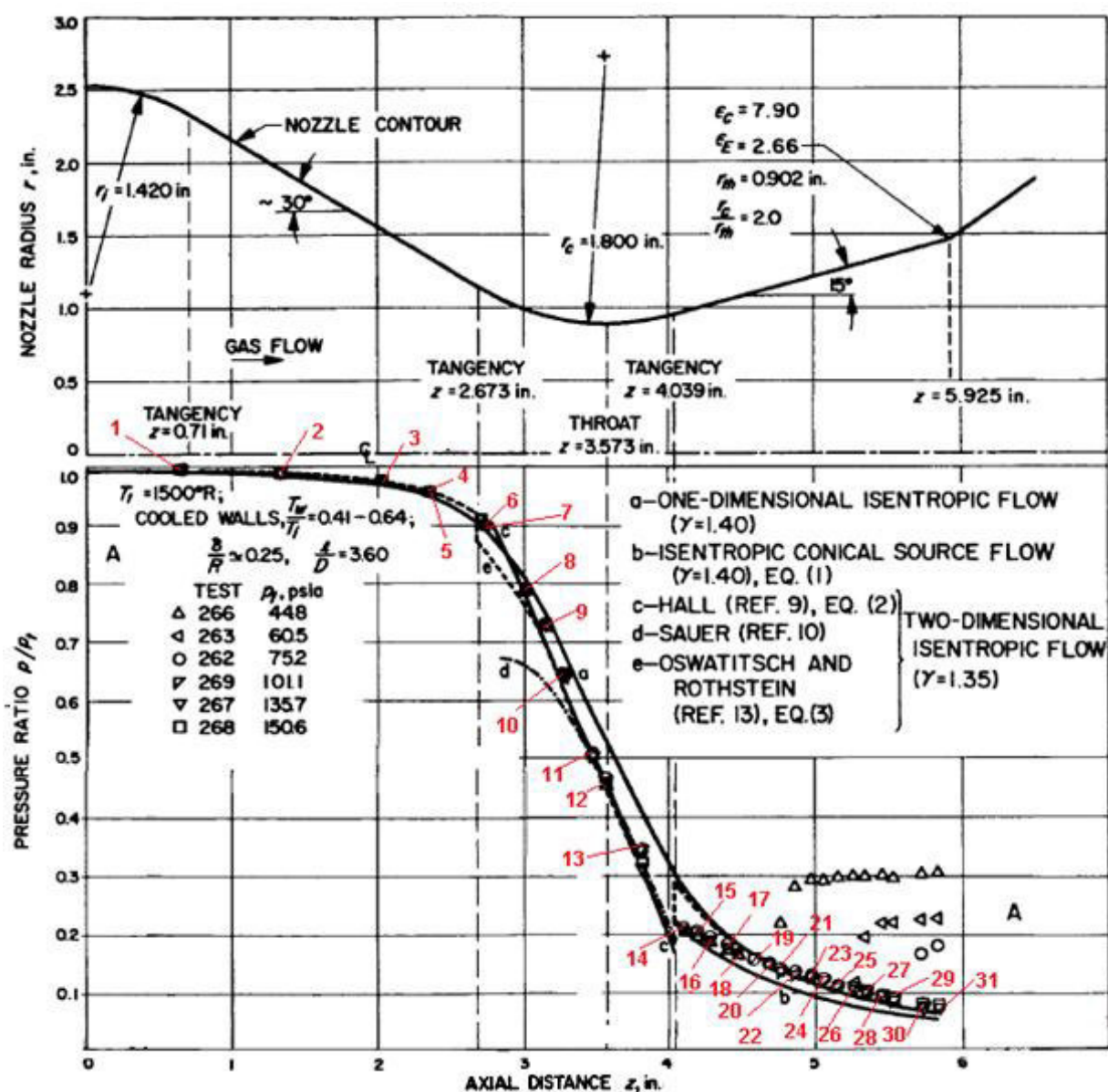


Figura 5.1 – Distribuição da pressão estática adimensionalizada pela de estagnação ao longo da tubeira BMG30-15 (Fonte: Figura 1 de Back, Massier e Gier, 1965a, p.1608)

Na Tabela 5.1 a posição “x” está relacionada à entrada da tubeira (origem) e é adimensionalizada por seu comprimento axial (L). Já a pressão é a estática, na parede, adimensionalizada pela de estagnação ( $p_0$ ).

As incertezas envolvidas nas medições experimentais são citadas por Back, Massier e Gier (1965a, p.1607; e 1965b, p.2) como sendo compostas pela componente instrumental (medição) e outra devido à incerteza na localização (axial) dos medidores.

Para medição da pressão a incerteza instrumental é de 5% para a região de entrada (*plenum* e convergente), onde as diferenças entre a pressão estática e de estagnação são menores, e de até 1% para a região transônica e divergente, onde esta diferença é maior. O trabalho considerou a região de entrada como a que vai do ponto 1 ao 7 (Figura 5.1).

**Tabela 5.1 – Resultados de pressão do teste 268 para a tubeira BMG30-15**

<b>Pontos</b>		<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
<b>Posição (x/L)</b>		0,107	0,222	0,3396	0,3401	0,395	0,455	0,460	0,506
<b>Pressão (p/p0)</b>		0,997	0,991	0,977	0,977	0,958	0,908	0,900	0,788
<b>Pontos</b>		<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>
<b>Posição (x/L)</b>		0,529	0,554	0,587	0,6018	0,642	0,691	0,706	0,722
<b>Pressão (p/p0)</b>		0,728	0,647	0,505	0,461	0,323	0,207	0,199	0,190
<b>Pontos</b>		<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>
<b>Posição (x/L)</b>		0,741	0,753	0,771	0,789	0,802	0,819	0,838	0,852
<b>Pressão (p/p0)</b>		0,176	0,167	0,159	0,145	0,132	0,128	0,124	0,116
<b>Pontos</b>		<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>NA</b>	<b>30</b>	<b>31</b>
<b>Posição (x/L)</b>		0,869	0,887	0,900	0,921	0,932	0,949	0,965	0,985
<b>Pressão (p/p0)</b>		0,108	0,101	0,095	0,088	0,083	--	0,074	0,069

Fonte: Back, Massier e Gier (1965b, p. 32)

E finalmente a incerteza devido à impossibilidade de definir exatamente a posição dos medidores de pressão. Seu valor é de 0,0508 mm (0.002") na direção axial.

Os orifícios feitos na parede da tubeira para medição da pressão podem causar certo distúrbio no escoamento, fazendo com que a leitura se distancie do valor verdadeiro. Esse é outro fator que influencia a incerteza na medida experimental. Para esse teste foi usado um orifício de 0,508 mm (0.02"). Segundo Back, Massier e Gier (1965a, p.1611) a pressão estática medida tende a aumentar com o aumento de seu diâmetro. Como o valor verdadeiro da grandeza não é conhecido os autores só puderam inferir que as pressões lidas são um pouco maiores do que deveriam ser. A diferença na leitura de pressão entre orifícios de 0,254 mm (0.01") até 1,016 mm (0.04") foi de 7%. Quanto menor seu diâmetro mais próximo do valor verdadeiro a pressão estática lida está.

Para medição da vazão mássica a incerteza experimental foi de 1% para pressão de estagnação de 689,5 kPa (100 psia). Para pressões de estagnação menores as leituras são menos acuradas.

Dessa forma, as incertezas (U) envolvidas neste experimento são dadas por

$$U_{\frac{p}{p_0}}^{convergente} [-] = (1 \pm 0,05) \frac{p}{p_0} \Big|_{tabela} \quad (5.1)$$

$$U_{\frac{p}{p_0}}^{res\ tan\ te} [-] = (1 \pm 0,01) \frac{p}{p_0} \Big|_{tabela} \quad (5.2)$$

$$U_x [mm] = \frac{x}{L} \Big|_{tabela} L \pm 0,0508 mm \quad (5.3)$$

## 5.2 Dados experimentais – Tubeira BMG45-15

A tubeira BMG45-15 (Figura 5.2) foi usada como base para a avaliação do efeito do convergente em dispositivos de baixa razão de raios, que neste caso é 0,625.

Para validação da solução numérica do escoamento nessa tubeira, foram adotados os dados do teste 351, cujas pressões e temperatura de estagnação são 1,725 MPa (250.2 psia) e 833,3 K (1500°R) respectivamente.

A Figura 5.2 mostra o perfil da tubeira com detalhes geométricos e os resultados das leituras de pressão. A disponibilidade desses dados em forma gráfica dificulta a definição dos valores dos parâmetros e adiciona mais incertezas às já consideradas no experimento e citadas no próprio trabalho. O processo de obtenção dos dados a partir do gráfico é explicado no Apêndice B.

As incertezas experimentais são as mesmas já relatadas para a tubeira BMG30-15. Como a fonte dos dados experimentais é o gráfico, foram inseridas algumas outras incertezas devido à leitura dos valores no gráfico (ver Apêndice B) e são:

$$U_{x[mm]}^{gráfico} = \pm 0,244 \quad (5.4)$$

$$U_{\frac{p}{p_0}[-]}^{gráfico} = \pm 1,944 \cdot 10^{-3} \quad (5.5)$$

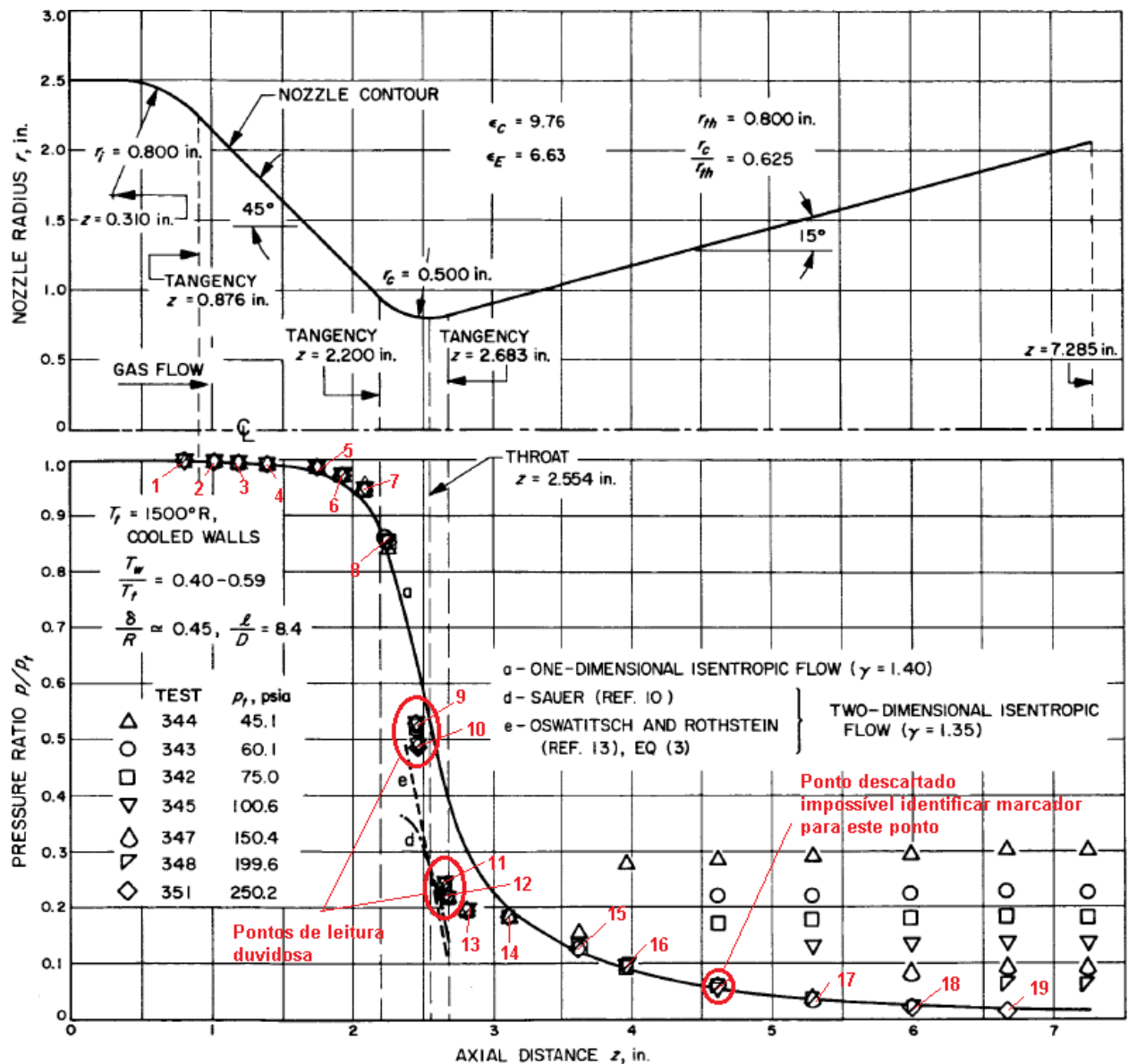


Figura 5.2 – Gráfico fonte para leitura dos dados experimentais da tubeira BMG45-15  
(Fonte: Figura 3 de Back, Massier e Gier, 1965a, p.1610)

Adicionando as incertezas da leitura dos dados gráficos às incertezas experimentais dos testes, resultaram os seguintes valores para as incertezas de posição e incertezas da leitura de pressão:

$$U_{x[nm]}^{\text{experimento}} = \pm 0,295 \quad (5.6)$$

$$U_{p/p_0}(\text{convergente}) = \pm [1,944 \cdot 10^{-3} + 0,05 \cdot p/p_{0\text{gráfico}}] \quad (5.7)$$

$$U_{p/p_0}(\text{restante}) = \pm [1,944 \cdot 10^{-3} + 0,01 \cdot p/p_{0\text{gráfico}}] \quad (5.8)$$



A região convergente foi considerada como sendo a que vai da seção de entrada até a tangente do convergente com o raio de curvatura da garganta, corresponde aos pontos de 1 a 7 na Figura 5.2. O restante da tubeira compreende a garganta e o divergente.

### 5.3 Solução numérica das pressões nos pontos experimentais

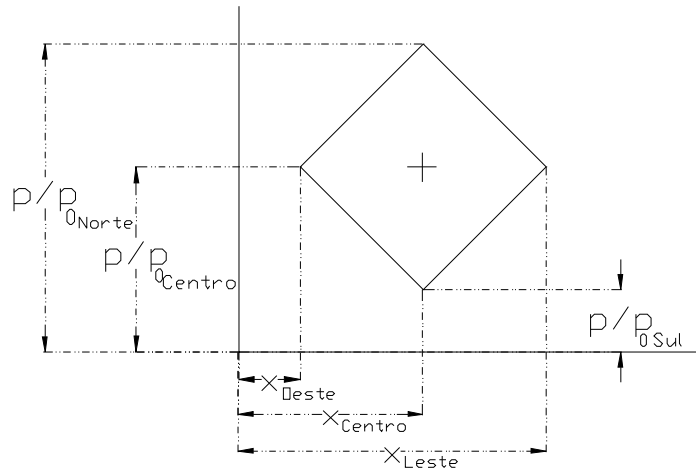
Ao resolver numericamente as equações que representam o fenômeno obtém-se um campo de pressões nos pontos definidos na discretização do domínio físico. Estes pontos podem ou não coincidir com os pontos onde a pressão foi tomada no experimento, sendo o caso mais comum que não coincida.

Como a validação é um processo de comparação entre o valor experimental e a solução numérica, é necessário definir um método de pós-processamento para conseguir a solução numérica nas coordenadas dos pontos experimentais, a partir da solução numérica nos pontos discretos.

Para isto foram testadas três possibilidades:

- Opção “a”: interpolação linear com as soluções numéricas vizinhas, a leste e a oeste do ponto experimental avaliado;
- Opção “b”: média das soluções numéricas contidas entre os vértices leste ( $x_{\text{leste}}$ ) e oeste ( $x_{\text{oeste}}$ ) do marcador do ponto experimental avaliado (Figura 5.3); e
- Opção “c”: média das soluções numéricas contidas na faixa de incerteza de posição do ponto experimental avaliado, ou seja, de “ $x_{\text{centro}} - U_{\text{posição}}$ ” até “ $x_{\text{centro}} + U_{\text{posição}}$ ”.

Para a validação usando a tubeira BMG30-15, a opção “a” foi a escolhida, uma vez que os dados tabelados indicam a posição exata do ponto e seu valor numérico de pressão. Já para a validação da tubeira BMG45-15 as opções “a”, “b” e “c” foram avaliadas.



**Figura 5.3 – Modelo do marcador de pressão para o teste 351**

Considerando que existem “n” soluções numéricas entre os vértices leste e oeste, então o valor médio de uma propriedade “ $\phi$ ” qualquer obtida com a regra do trapézio para um valor “ $n=n+2$ ” pontos, onde a adição de “2” aos “n” pontos é feita para incluir os vértices, é dada por

$$\phi_{\text{médio}} = \frac{1}{(x_n - x_1)} \sum_{i=1}^{n-1} \left( \frac{\phi_i + \phi_{i+1}}{2} \right) \cdot (x_{i+1} - x_i) \quad (5.9)$$

onde o ponto “1” é o vértice oeste e “n” o vértice leste. Caso não exista solução numérica para esses vértices, esses valores são obtidos por interpolação linear dos valores numéricos a leste e oeste desses pontos.

Para avaliar as opções anteriores a modelagem utilizada foi com propriedades variáveis usando o modelo de Sutherland para a condutividade térmica e viscosidade dinâmica, e o modelo NACA1135 para calor específico a pressão constante.

Após resolver numericamente o escoamento na tubeira BMG45-15 usando os dados do teste 351, para o caso invíscido e laminar, o resultado obtido é apresentado na Tabela 5.2.

**Tabela 5.2. Médias dos erros relativos dos 19 pontos de pressão avaliados para tubeira BMG45-15 com dados do teste 351**

Modelo	Malha	Opção “a”	Opção “b”	Opção “c”
Euler	1024 x 960	2,8%	2,6%	2,7%
Laminar	896 x 800	2,9%	2,7%	2,9%

Sendo a opção “b” a de melhores resultados a dúvida é se em malhas mais grossas (menos soluções numéricas no intervalo) isso se mantém, uma vez que essa opção leva em consideração as soluções numéricas contidas no intervalo  $x_{\text{leste}}$  e  $x_{\text{oeste}}$  dos marcadores experimentais.

A Tabela 5.3 mostra um comparativo da solução Euler para tubeira BMG45-15 em várias malhas para as opções “a” e “b”. Neste ponto a opção “c” foi descartada, pois a incerteza de posição é muito pequena, sendo em algumas malhas menor que os elementos de malha, ou seja, acaba se reduzindo à opção “a”, como comprova os resultados da Tabela 5.2.

**Tabela 5.3 – Média dos erros relativos das medidas de pressão para os 19 pontos avaliados**

<b>Malha</b>	<b>64 x 60</b>	<b>128 x 120</b>	<b>256 x 240</b>	<b>512 x 480</b>	<b>1024 x 960</b>
Opção “a”	12,2%	6,7%	3,9%	3,0%	2,8%
Opção “b”	12,4%	7,0%	4,3%	3,1%	2,6%

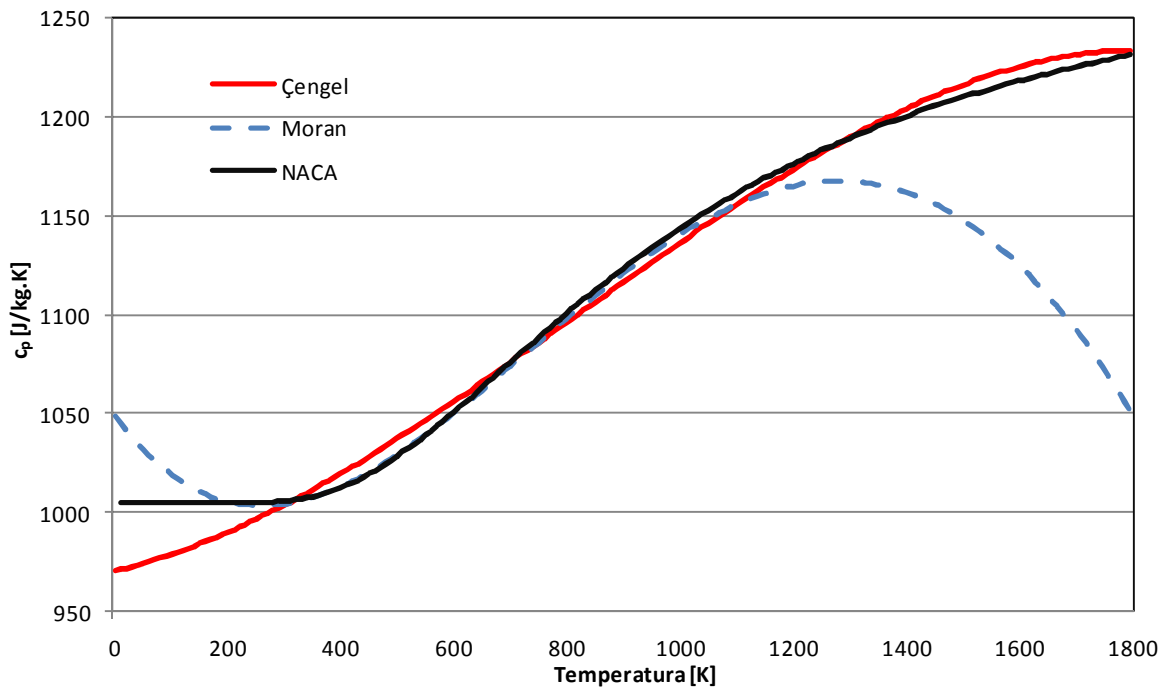
A conclusão é que as formas (avaliadas) de definir a solução numérica nos pontos de pressão experimental para efeito de validação diferem muito pouco entre si. Ficou definida então a utilização da metodologia dada pela opção “a” para o pós-processamento e obtenção das soluções numéricas nos pontos de medição experimental disponíveis, tanto para a tubeira BMG45-15 como para a BMG30-15.

#### **5.4 Definição do modelo de calores específicos**

A tubeira BMG30-15 foi utilizada para verificar o efeito do modelo de calor específico à pressão constante na solução numérica do escoamento e sua influência para validação.

O escoamento foi resolvido com propriedades variáveis, onde os coeficientes de transferência de calor e a viscosidade dinâmica foram definidos com o modelo de Sutherland dado pela Eq.(3.28).

Foram testados os casos de gás caloricamente perfeito e imperfeito, podendo nesse último caso ser representado pela Eq. (3.23) dada por Moran *et al.* (2013, p. 744), pela Eq. (3.24) dada por Çengel e Boyles (2004, p. 913), ou pela Eq. (3.27) dada por NACA1135 (1953, p.15).



**Figura 5.4 – Gráfico  $c_p \times T$  para os modelos de calores específicos**

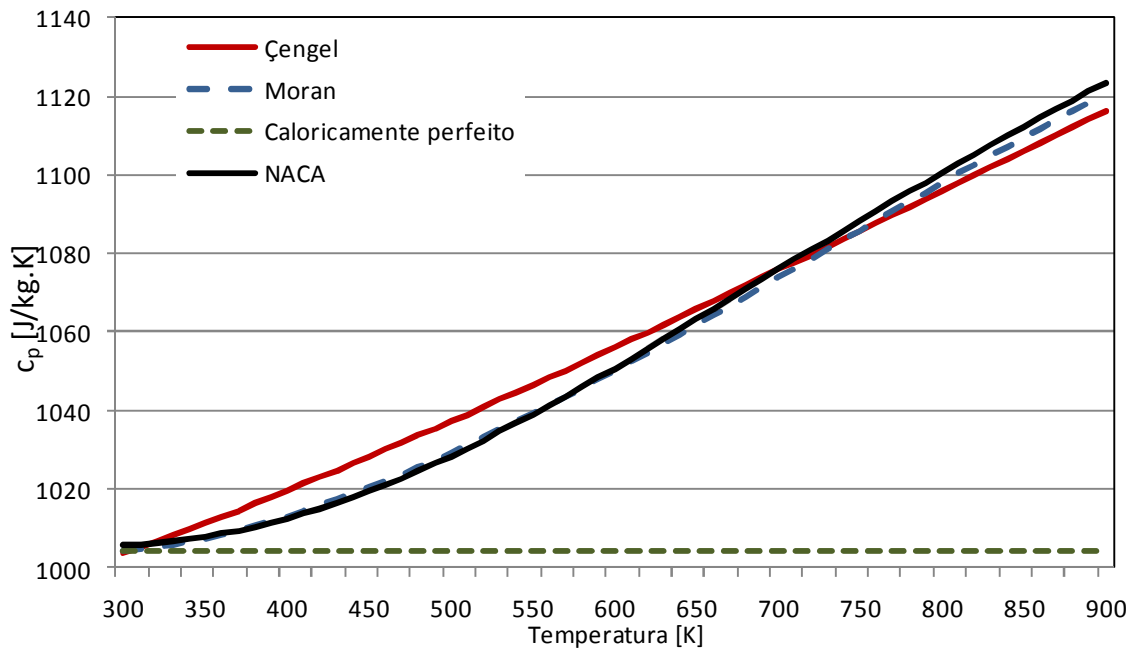
A Figura 5.4 mostra o gráfico do calor específico pela temperatura, indo da faixa de 0 a 1800 K usando os modelos citados. Já a Figura 5.5 mostra a faixa de temperatura usada no trabalho. Nesta os modelos de Moran e da NACA não diferem muito, já o gás caloricamente perfeito tem discrepância que chega a 12% e o modelo de Çengel tem pequena diferença, até 1%, com os outros dois modelos na região de 300 a 650 K.

Os gráficos e tabelas a seguir identificam  $c_{p1}$  como o gás quando tratado como caloricamente perfeito. O modelo NACA1135 é especificado como  $c_{p2}$ , o modelo dado por Shapiro como  $c_{p3}$  e o modelo dado por Çengel como  $c_{p4}$ .

As comparações foram feitas entre os valores numéricos obtidos da distribuição de pressão e da vazão mássica, com os valores experimentais. Não foram feitas atividades de verificação (estimativa de incertezas). Depois de definido o modelo essas atividades serão efetuadas.

A Tabela 5.4 mostra o comparativo de alguns dados para os modelos e malhas avaliadas. Mostra a quantidade de iterações usadas para obter a solução, o tempo gasto para isso e finalmente a memória computacional utilizada. Nessa, “nx” e “ny” são o número de volumes na direção axial e radial respectivamente, e “dt” o

passo do tempo usado. Para o escoamento turbulento foi possível obter convergência de malha somente para as mais grossas, em todos os modelos. No modelo turbulento o processo iterativo não atingiu o critério de convergência necessário para realização das avaliações de incerteza da solução numérica.



**Figura 5.5 – Variação de “ $c_p$ ” para faixa de “ $T$ ” usada nos escoamentos**

Tendo por base o modelo dado pela NACA1135 e comparando os tempos de processamento nas malhas mais finas, para resolver Euler este modelo é 1,8% mais rápido que o de Çengel, e 2,2% e 1,3% mais lento que os modelos de gás caloricamente perfeito e de Shapiro respectivamente. Para o modelo laminar é em média 0,7% mais rápido que os outros modelos. E finalmente, resolvendo para o escoamento turbulento, é 4% mais lento que o caloricamente perfeito e 0,3% e 1,4% mais rápido que os modelos de Shapiro e Çengel respectivamente.

A memória computacional não é afetada pelo modelo de calor específico, mas sim se o escoamento foi resolvido como turbulento, laminar ou invíscido, e a ainda assim a influência dos modelos não é significativa. O que afeta a memória significativamente é o tamanho da malha utilizada.

Tabela 5.4 – Comparativo das simulações usando os modelos de  $c_p$ 

Mod.	nx	ny	dt	Caloricamente perfeito			NACA1135			Shapiro			Çengel		
				iterações	tempo [s]	mem. [MB]	iterações	tempo [s]	mem. [MB]	iterações	tempo [s]	mem. [MB]	iterações	tempo [s]	mem. [MB]
Euler	62	82	5d-6	1900	4	8,5	1900	5	8,5	1950	5	8,5	1900	4	8,5
	124	164	1d-6	15450	156	23,7	14600	146	23,7	14950	150	23,7	14600	149	23,7
	248	328	1d-6	16250	803	84,0	16250	786	84,0	16250	780	84,0	16250	788	84,0
	496	656	1d-6	15200	4597	324,3	16550	4991	324,3	15850	4798	324,3	15850	4934	324,3
	992	1312	5d-7	43200	39502	1281,8	44450	40380	1281,8	44450	39845	1281,8	44600	41120	1281,8
Laminar	62	82	5d-6	1900	5	8,5	1900	6	8,5	1950	6	8,5	1950	6	8,5
	124	164	1d-6	13900	174	23,7	13900	176	23,7	15450	199	23,7	14600	191	23,7
	248	328	1d-6	15900	937	84,1	15900	940	84,0	15750	940	84,1	15750	970	84,1
	496	656	1d-6	16700	5787	324,3	16700	5809	324,3	16900	5880	324,3	16200	5614	324,3
	992	1312	5d-7	44250	48746	1281,8	43800	48553	1281,8	44100	48879	1281,8	43800	49127	1281,8
Turbulento	62	82	5d-6	1850	6	8,8	1900	6	8,7	1900	6	8,7	1900	6	8,7
	124	164	1d-6	14750	200	24,6	15100	209	24,6	15100	209	24,6	15250	211	24,6
	248	328	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	496	656	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	992	1312	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

A Tabela 5.5 mostra os módulos dos erros relativos de modelagem calculados usando a Eq. (5.10). Na coluna de pressão o valor apresentado é a média dos resultados obtidos aplicando a Eq.(5.10) a cada um dos pontos de pressão.

$$ER[\%] = \frac{|\phi_{numérica} - \phi_{experimental}|}{\phi_{experimental}} \quad (5.10)$$

Avaliando inicialmente a pressão, em todos os escoamentos o modelo de gás caloricamente perfeito ( $c_{p1}$ ) é o que apresenta os maiores erros de modelagem. O modelo Çengel ( $c_{p4}$ ) é um pouco melhor para o escoamento laminar, enquanto o NACA1135 ( $c_{p2}$ ) e Shapiro ( $c_{p3}$ ) têm comportamento semelhante, tanto pra escoamento laminar quanto invíscido. E para a solução turbulenta, fora o modelo caloricamente perfeito, os três outros modelos tem resultado muito próximo.

Avaliando a vazão mássica vê-se que o modelo caloricamente perfeito ( $c_{p1}$ ) é o de maior erro de modelagem, enquanto Çengel ( $c_{p4}$ ) e Shapiro ( $c_{p3}$ ) têm comportamento semelhante para escoamento laminar e invíscido. A NACA1135 ( $c_{p2}$ ) tem desempenho um pouco melhor para esses dois escoamentos e também para o turbulento.

Tabela 5.5 – Módulos dos erros de modelagem relativos das pressões (média) e vazão mássica

		Pressões (médias dos erros nos 31 pontos)					Vazão Mássica				
		62x82	124x164	248x328	496x656	992x1312	62x82	124x164	248x328	496x656	992x1312
Euler	cp1	1,88%	2,97%	3,65%	3,99%	4,16%	6,33%	4,50%	3,57%	3,10%	2,87%
	cp2	1,40%	1,74%	2,38%	2,69%	2,84%	5,27%	3,44%	2,50%	2,03%	1,80%
	cp3	1,41%	1,75%	2,39%	2,69%	2,85%	5,29%	3,46%	2,53%	2,06%	1,83%
	cp4	1,44%	1,57%	2,20%	2,51%	2,66%	5,29%	3,46%	2,53%	2,06%	1,83%
Laminar	cp1	1,92%	3,01%	3,60%	3,82%	3,98%	6,27%	4,45%	3,51%	3,00%	2,72%
	cp2	1,38%	1,78%	2,34%	2,55%	2,70%	5,19%	3,38%	2,44%	1,94%	1,65%
	cp3	1,41%	1,69%	2,27%	2,55%	2,70%	5,27%	3,42%	2,45%	1,96%	1,68%
	cp4	1,45%	1,52%	2,08%	2,36%	2,51%	5,27%	3,42%	2,45%	1,96%	1,68%
Turbulento	cp1	2,46%	2,05%	-	-	-	4,95%	2,30%	-	-	-
	cp2	3,67%	1,40%	-	-	-	3,91%	1,27%	-	-	-
	cp3	3,67%	1,40%	-	-	-	3,94%	1,30%	-	-	-
	cp4	3,88%	1,39%	-	-	-	3,88%	1,39%	-	-	-

A Tabela 5.6 apresenta a avaliação de sensibilidade de malha para cada modelo de calor específico. Considerando a variável que se está avaliando ( $\Phi$ ) na malha fina ( $\Phi_f$ ) e na malha grossa ( $\Phi_g$ ), os valores apresentados são obtidos por

$$\Delta\phi[\%] = \frac{|\phi_f - \phi_g|}{\phi_g} \quad (5.11)$$

onde os valores das colunas de pressão são as médias dos resultados da aplicação da Eq.(5.10) a cada um dos pontos de pressão avaliados.

A Tabela 5.6 mostra que o modelo de calor específico não impacta na “tendência” da solução numérica a atingir a estabilidade da solução. Malhas com mais elementos que a de 248x328 tem redução de menos de 1% nas propriedades avaliadas em relação à malha mais grossa anterior, indicando que sob este ponto de vista esta malha pode ser uma boa representação do fenômeno.

Considerando que os parâmetros de comparação entre tubeiras, que foram usados no trabalho, têm por base as Eqs. (4.36) e (4.37), e que nelas a vazão mássica tem papel mais preponderante que a pressão, decidiu-se escolher o modelo NACA1135 ( $c_{p2}$ ) por apresentar os menores erros de modelagem (Tabela 5.5) para vazão mássica. Para o caso avaliado a parcela do empuxo total que é devido ao desbalanceamento da pressão corresponde a aproximadamente 12%, enquanto o restante é devido à troca de quantidade de movimento linear.

Tabela 5.6 – Avaliação de sensibilidade de malha

		Pressões					Vazão Mássica				
		62x82	124x164	248x328	496x656	992x1312	62x82	124x164	248x328	496x656	992x1312
Euler	cp1	1,58%	0,75%	0,36%	0,17%		1,72%	0,89%	0,45%	0,23%	
	cp2	1,53%	0,72%	0,34%	0,16%		1,74%	0,90%	0,46%	0,23%	
	cp3	1,53%	0,72%	0,34%	0,16%		1,74%	0,90%	0,46%	0,23%	
	cp4	1,52%	0,71%	0,34%	0,16%		1,73%	0,90%	0,46%	0,23%	
Laminar	cp1	1,54%	0,65%	0,22%	0,16%		1,72%	0,90%	0,48%	0,28%	
	cp2	1,41%	0,61%	0,21%	0,15%		1,72%	0,91%	0,49%	0,28%	
	cp3	1,49%	0,64%	0,31%	0,15%		1,76%	0,94%	0,48%	0,28%	
	cp4	1,48%	0,64%	0,31%	0,15%		1,75%	0,94%	0,48%	0,28%	
Turbulento	cp1	3,48%					2,53%				
	cp2	3,41%					2,54%				
	cp3	3,41%					2,54%				
	cp4	3,38%					2,54%				

### 5.5 Validação na Tubeira BMG30-15

A validação na tubeira BMG30-15 considerou o calor específico dado pelo relatório NACA 1135 (Eq.(3.27)), e a condutividade térmica e a viscosidade dinâmica obtidos do modelo de Sutherland (Eq.(3.28)).

As propriedades de estagnação são as mesmas do experimento, já apresentadas na seção 5.1 (p. 90). A parede foi considerada adiabática e a pressão ambiente é o vácuo.

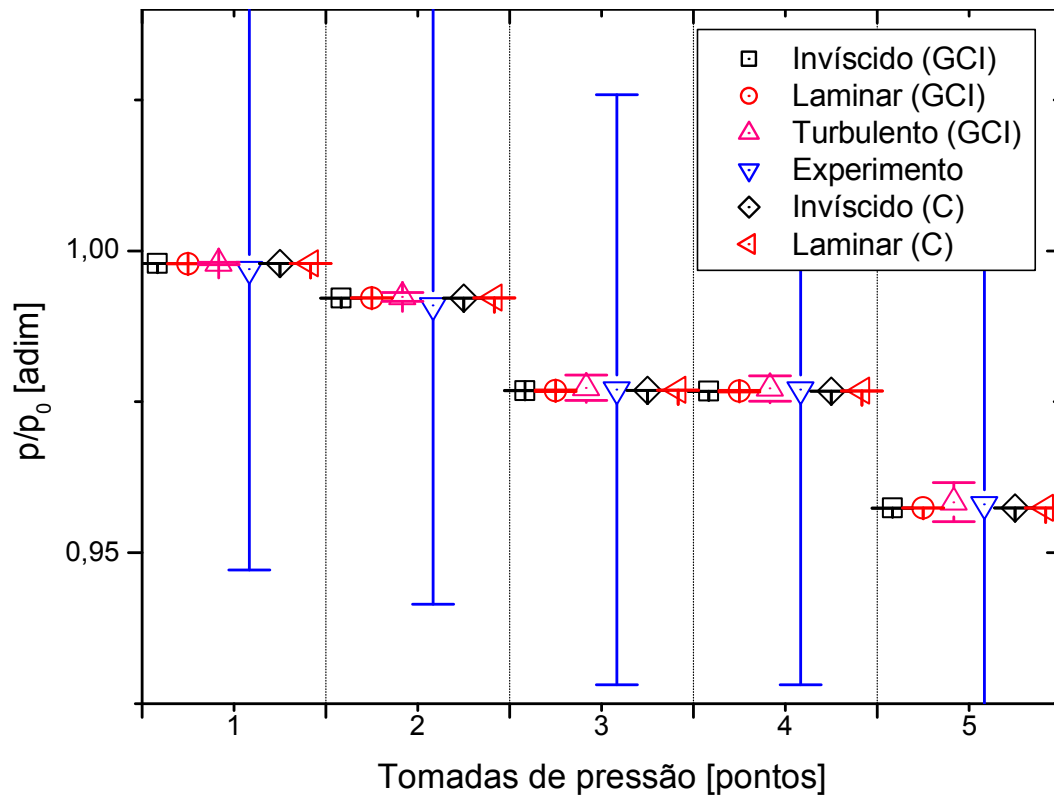
Os dados desta validação são os mesmos já apresentados na seção 5.4 (p.97) para o modelo “ $c_{p2}$ ” de calor específico (NACA1135), então serão apresentados aqui apenas alguns detalhes a mais, principalmente do campo de pressões.

As Figuras 5.6 a 5.11 apresentam a distribuição de pressões em cada ponto experimental avaliado, sendo 31 no total. Para cada ponto são apresentados os dados experimentais e numéricos e suas respectivas incertezas.

Para as soluções numéricas são apresentadas as incertezas calculadas com os estimadores GCI, Eq.(3.41), e Convergente, Eq. (3.45). Como esse último precisa da ordem aparente e esta é obtida com o uso de pelo menos três malhas, não foi possível usá-lo no escoamento turbulento, pois neste foram obtidas soluções numéricas para somente duas malhas.

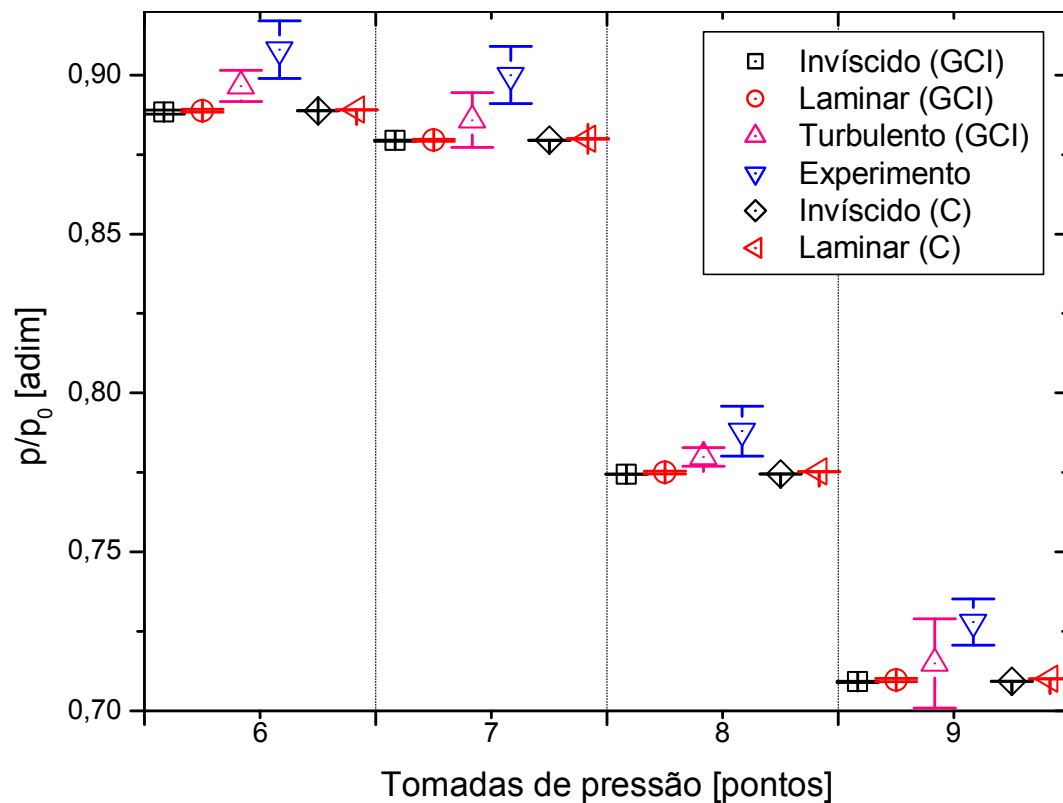


A Figura 5.6 mostra que todos os modelos (invíscido, laminar e turbulento) representam bem o escoamento na região que engloba os pontos de 1 a 5, e que a incerteza experimental é maior que as incertezas numéricas.



**Figura 5.6 – Distribuição de pressões nos pontos 1 a 5 para a tubeira BMG30-15**

A Figura 5.7 indica uma melhor representação pelo modelo turbulento na região dos pontos 6 a 9. Porém, a incerteza numérica da solução com o modelo turbulento torna esta afirmação incerta. No ponto 9, por exemplo, o erro de modelagem do modelo turbulento pode ser menor (ou maior), bastando que a solução numérica exata esteja no limite superior (ou inferior) da faixa. Lembrando que o estimador GCI considera que a solução exata tem 95% de probabilidade de estar na faixa de incerteza indicada. Já os modelos laminar e invíscido têm comportamento similar nessa região, com faixa de incerteza praticamente imperceptível.



**Figura 5.7 – Distribuição de pressões nos pontos 6 a 9 para a tubeira BMG30-15**

O modelo de escoamento turbulento tem sua faixa de incerteza maior que as do invíscido e laminar, pois para esse modelo foi possível a solução em somente duas malhas. Isto fez com que o fator “ $F_s$ ” da Eq.(3.41) fosse 3,0 em vez de 1,25, usado quando se tem a solução para três malhas ou mais.

A Figura 5.8 mostra padrão semelhante da figura anterior, e enquanto o modelo turbulento se destaca um pouco, os modelos invíscido e laminar têm representações equivalentes do fenômeno.

Apesar das indicações das melhores soluções (turbulento, laminar ou invíscido) para cada ponto, resolver as equações médias de Favre ou Reynolds implica na utilização de algum modelo de turbulência. Ao usar um modelo deste tipo considera-se que o escoamento é turbulento (camada limite) em toda a tubeira. Sendo assim, dizer que determinado ponto é representado melhor por modelo laminar ou turbulento, é indicar o possível tipo de escoamento em tal ponto.

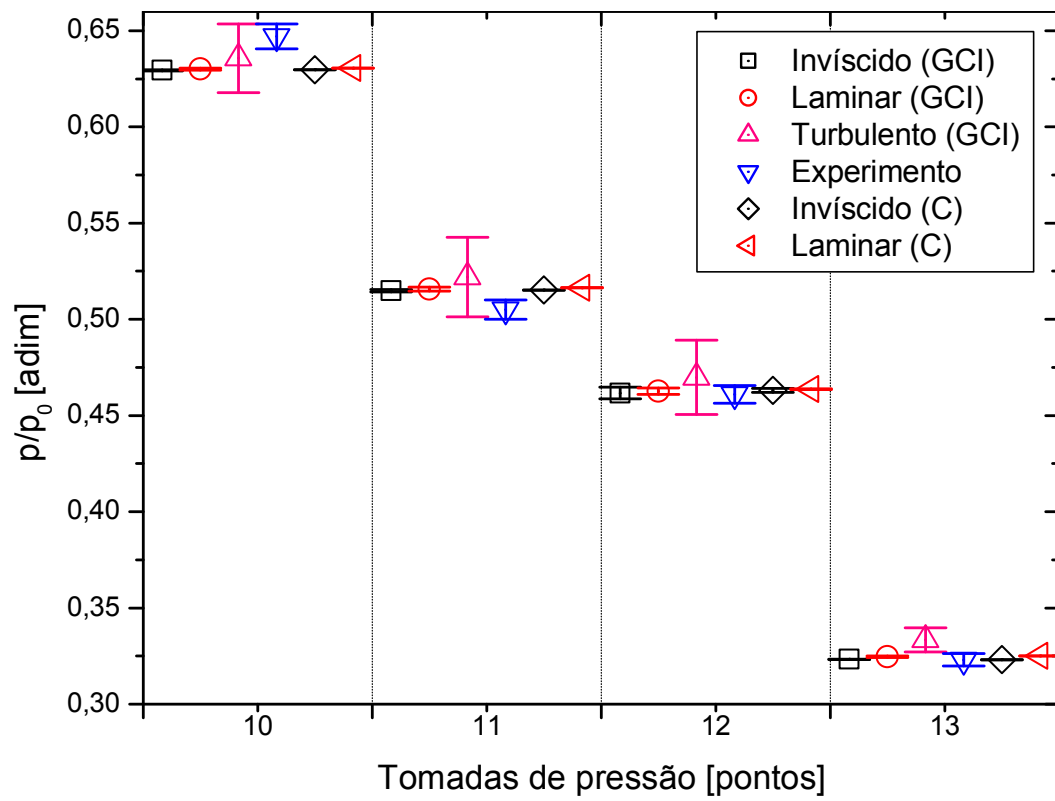


Figura 5.8 – Distribuição de pressões nos pontos 10 a 13 da tubeira BMG30-15

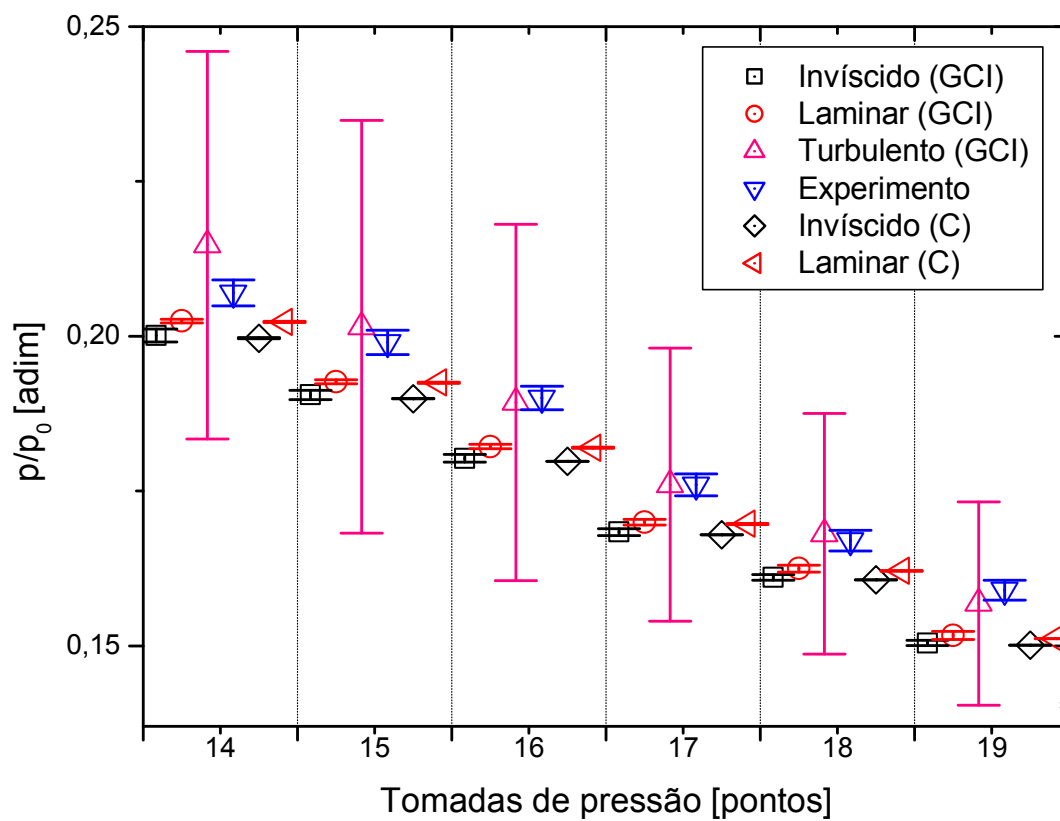


Figura 5.9 – Distribuição de pressões nos pontos 14 a 19 da tubeira BMG30-15

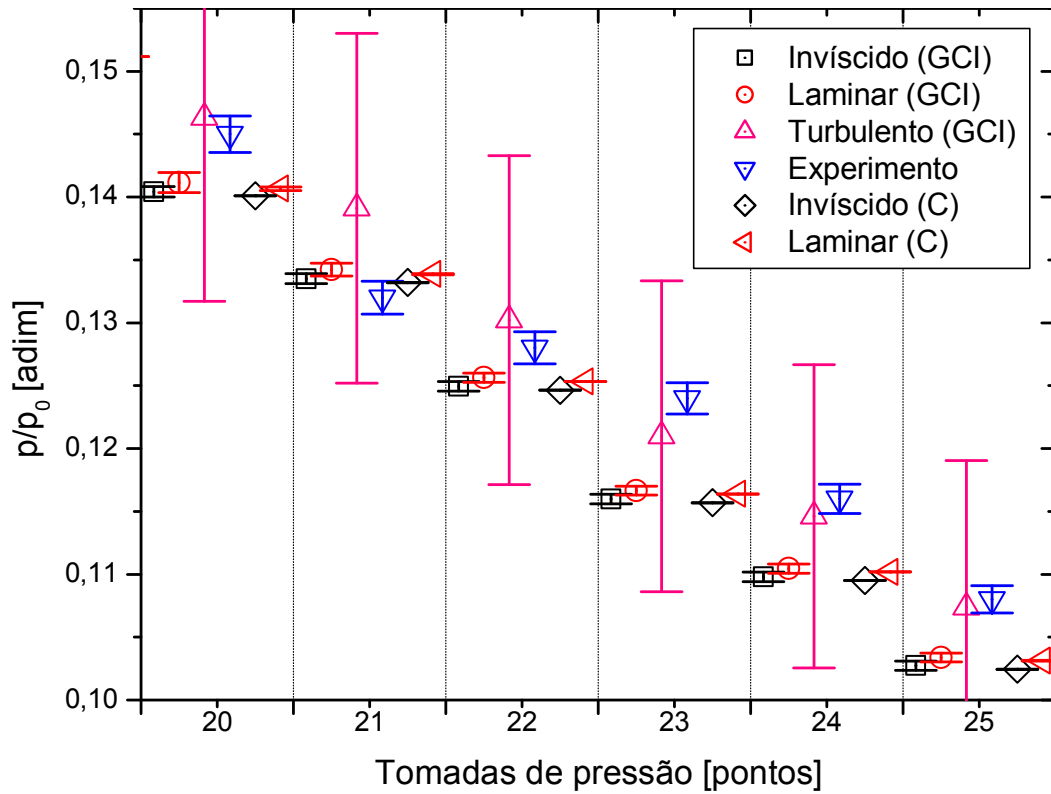


Figura 5.10 – Distribuição de pressões nos pontos 20 a 25 da tubeira BMG30-15

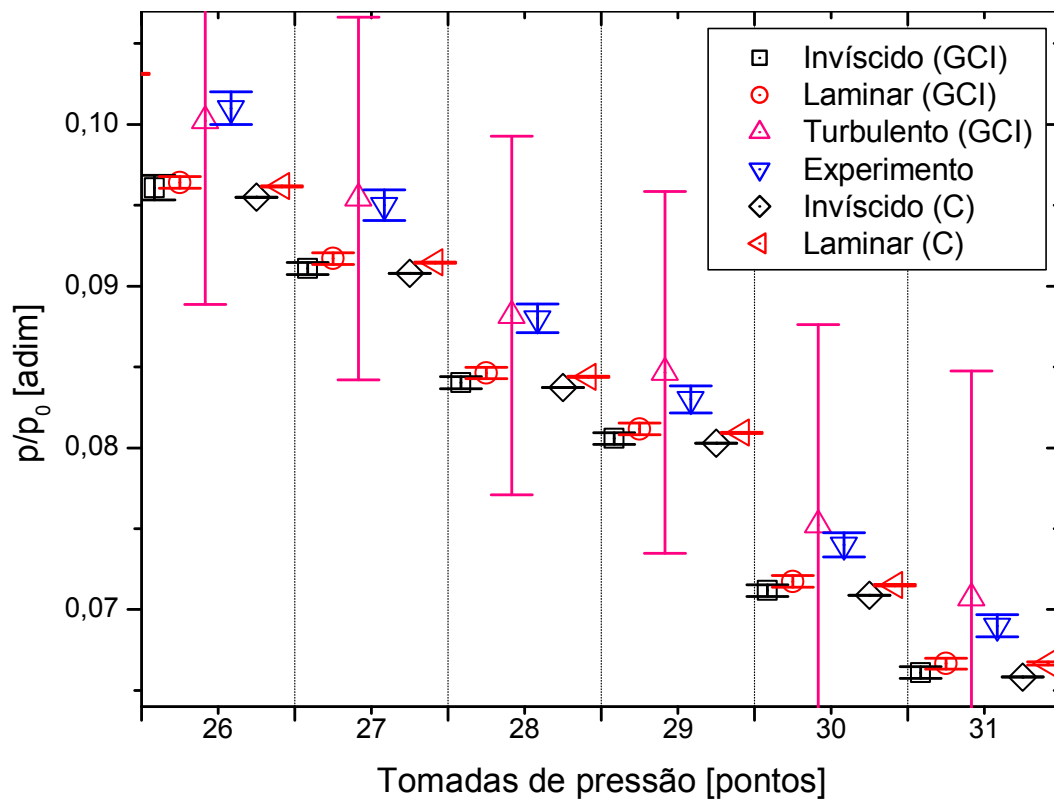


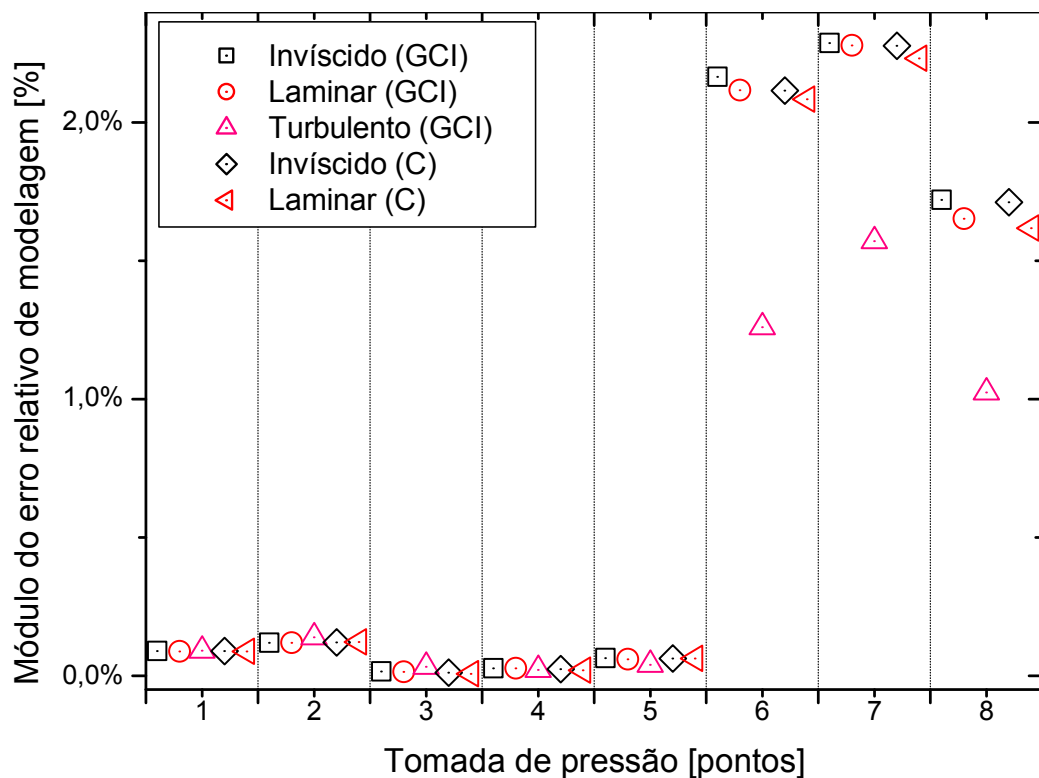
Figura 5.11 – Distribuição de pressões nos pontos 26 a 31 na tubeira BMG30-15

Da Figura 5.9 à Figura 5.11, o modelo turbulento representa melhor o fenômeno. E os modelos laminar e invíscido começam a se comportar de forma distinta. O laminar fica mais próximo aos dados experimentais do que o invíscido.

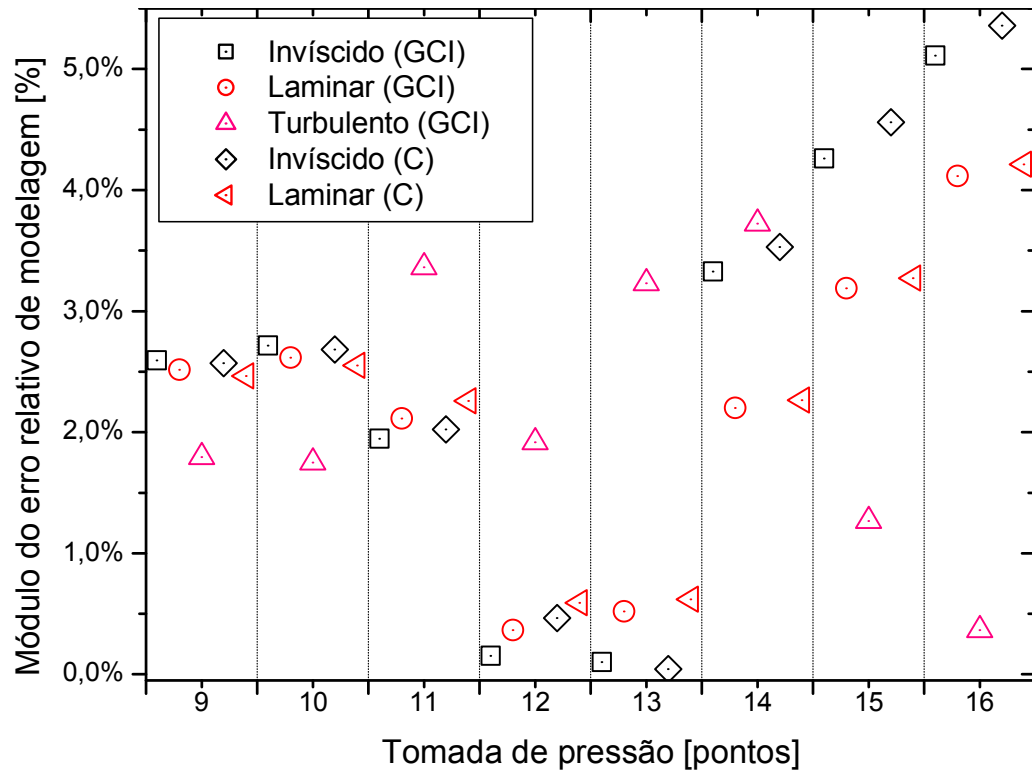
Para avaliar melhor esta questão do erro de modelagem, as incertezas foram desconsideradas e foram comparados os dados experimentais (medições) e numéricos (soluções), mostrados nas Figura 5.12 à Figura 5.15, cujos pontos são os de tomada de pressão mostrados na Figura 5.1.

É interessante comparar estes valores aos resultados do trabalho de Smith (1988, p.18), da representação do desenvolvimento da camada limite em tubeiras de pequeno porte, mostrada na Figura 5.16.

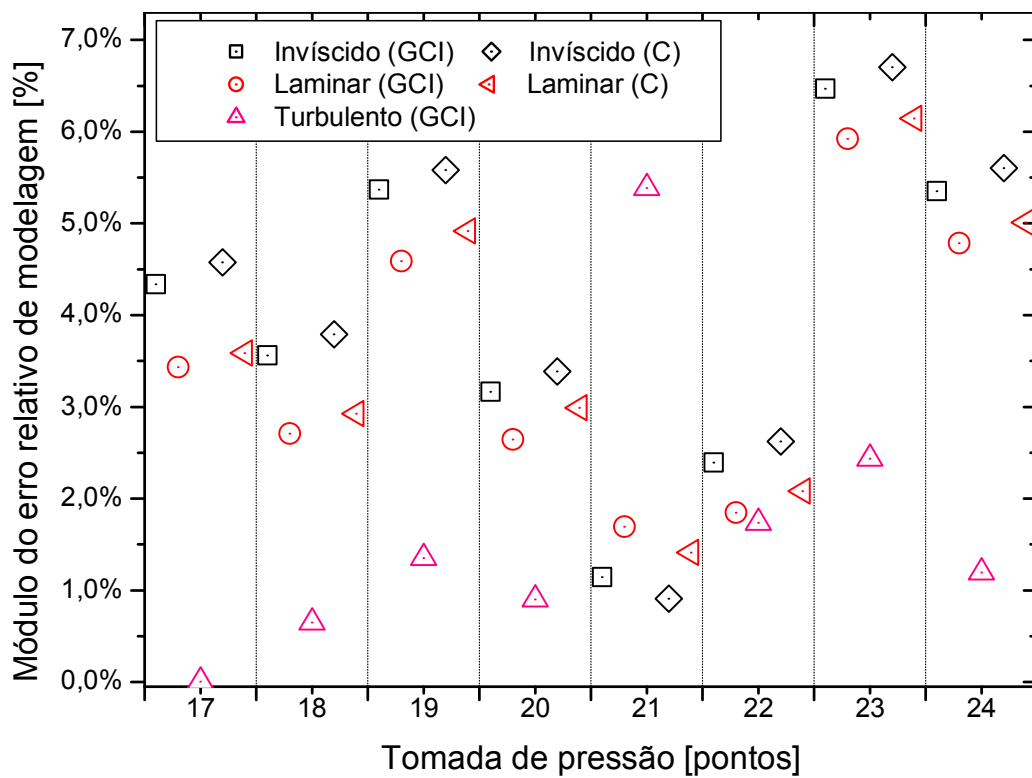
É possível ver certa similaridade no desenvolvimento dos escoamentos. A solução numérica mostra que dos pontos 6 ao 10 o escoamento é melhor representado pelo modelo turbulento. Nos pontos 11 a 13 o modelo laminar se torna mais apropriado. Em 14 e 15 pode-se dizer que ocorre a transição, onde o modelo turbulento volta a ser melhor. E do ponto 16 em diante o modelo turbulento resulta em menores erros de modelagem.



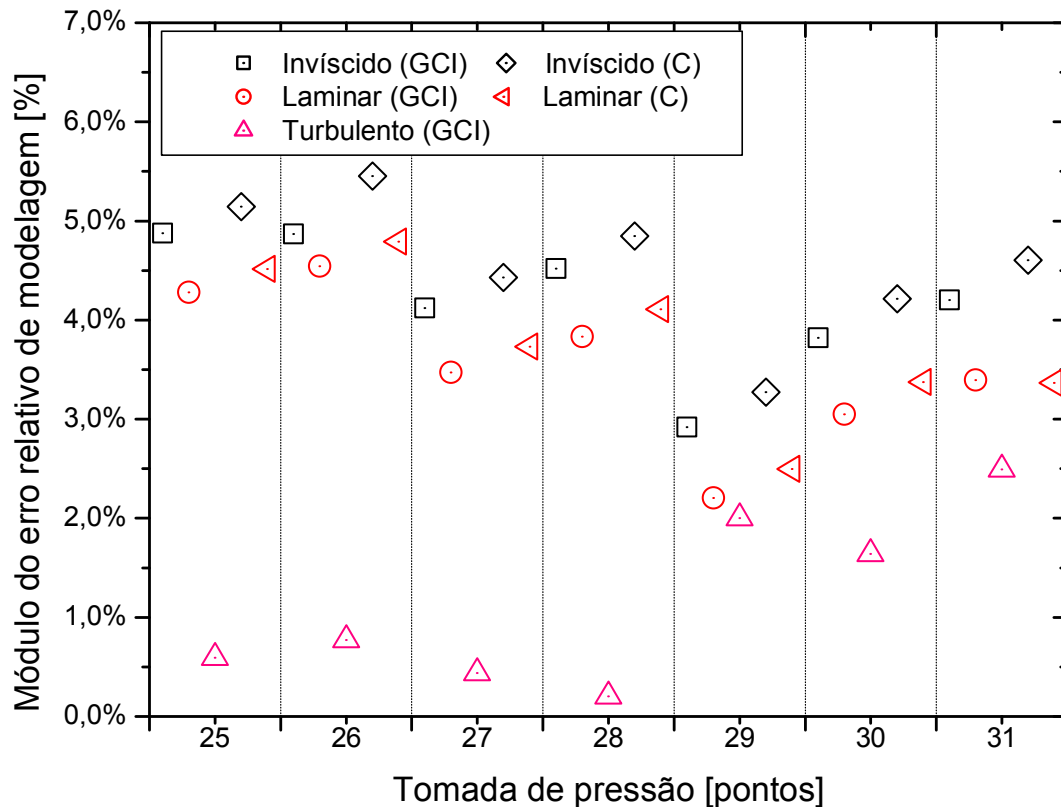
**Figura 5.12 – Erros de modelagem relativos nas soluções numéricas da pressão para os pontos 1 a 8 da tubeira BMG30-15**



**Figura 5.13 – Erros de modelagem relativos nas soluções numéricas da pressão para os pontos 9 a 16 da tubeira BMG30-15**



**Figura 5.14 - – Erros de modelagem relativos nas soluções numéricas da pressão para os pontos 17 a 24 da tubeira BMG30-15**

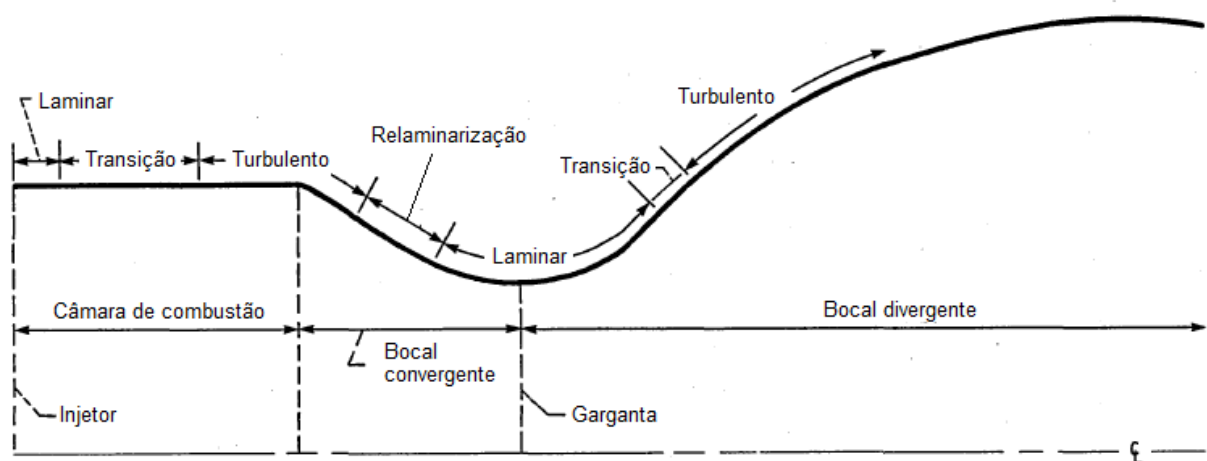


**Figura 5.15 – Erros de modelagem relativos nas soluções numéricas da pressão para os pontos 25 a 31 da tubeira BMG30-15**

O trabalho de Smith (1988) analisa o desenvolvimento de camada limite na tubeira com base na pressão de estagnação. A tubeira utilizada é tipo sino com  $25^\circ$  de semiângulo convergente, 25,4 mm (1") de raio de garganta, razão de raios 2,0, razão de contração de 4,223, e razão de expansão de 1030. Concluiu que o escoamento é completamente laminar para pressões de estagnação até 2482 kPa (360 psia) com  $Re_t$  de aproximadamente  $3,2 \cdot 10^5$ , transição até 17926 kPa (2600 psia) com  $Re_t$  de aproximadamente  $22 \cdot 10^5$ , e completamente turbulento para pressões de estagnação e  $Re_t$  acima destes valores.

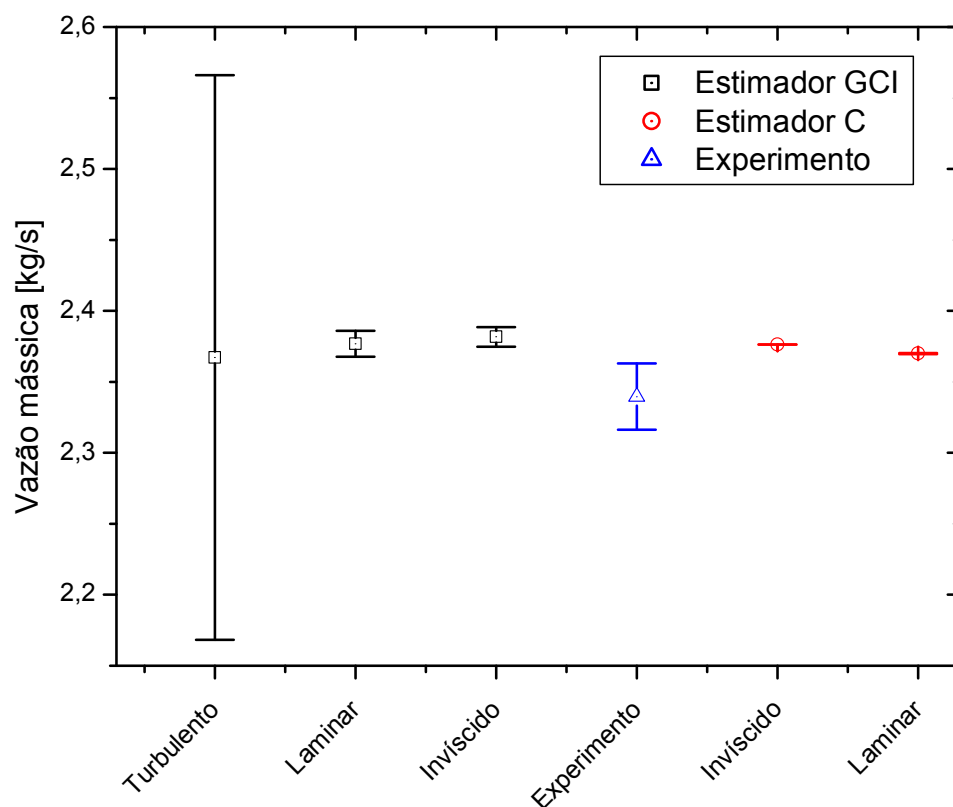
Smith (1988) chegou a esta conclusão resolvendo o escoamento com o programa TDK (*Two Dimensional Kinetics*), cujo modelo turbulento é o de Cebeci-Smith, e comparando com dados experimentais.

A relaminarização de que trata a Figura 5.16 ocorre quando a camada limite turbulenta é suprimida pela aceleração do escoamento (SMITH, 1988).



**Figura 5.16 – Desenvolvimento de camada limite em pequenas câmaras de empuxo (Fonte: adaptado de Smith, 1988, p.18)**

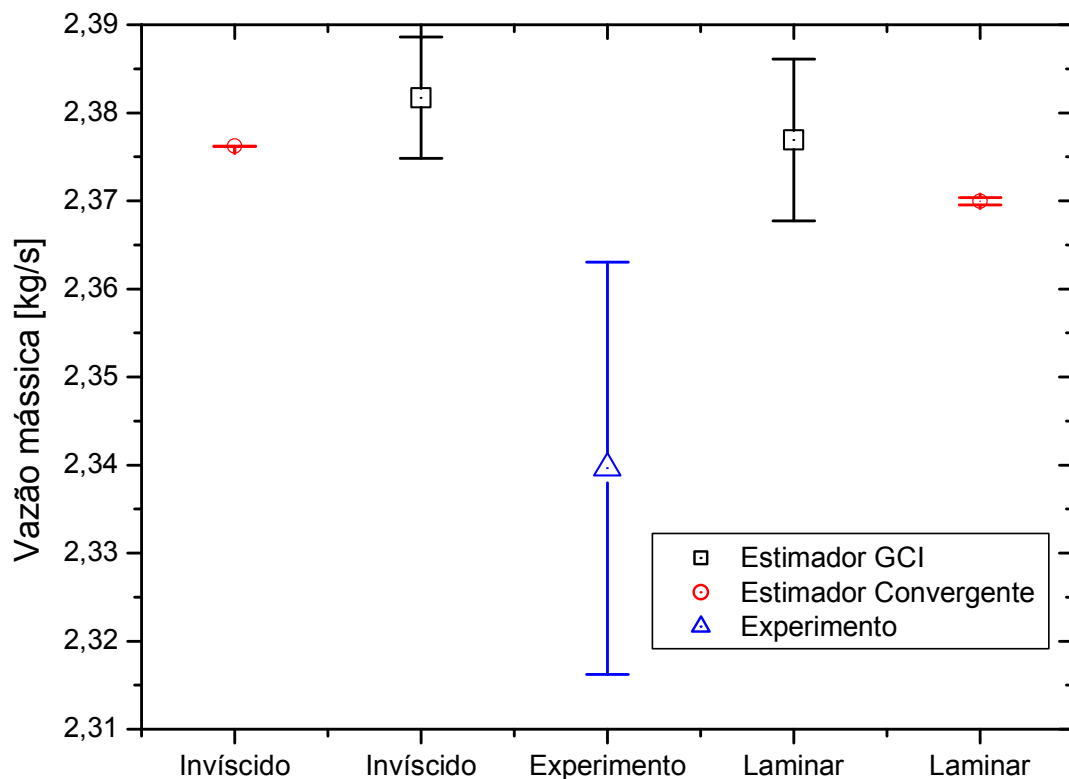
A vazão mássica tem o modelo turbulento atingindo os melhores resultados, mas com a faixa de incerteza muito ampla (Figura 5.17). Já o modelo laminar é um pouco melhor que o invíscido, mas a diferença não é grande, tanto usando o estimador GCI quanto o convergente.



**Figura 5.17 – Vazão mássica para a tubeira BMG30-15**



A Figura 5.17 apresenta os valores numéricos da vazão mássica dos modelos invíscido, laminar e turbulento com suas respectivas incertezas, usando tanto o estimador GCI quanto o Convergente (C). A identificação das incertezas dos modelos laminar e invíscido ficam prejudicadas pela escala do turbulento, por isto a Figura 5.18 mostra estes dois resultados sem o turbulento para mostrar a ordem de grandeza das incertezas numéricas.

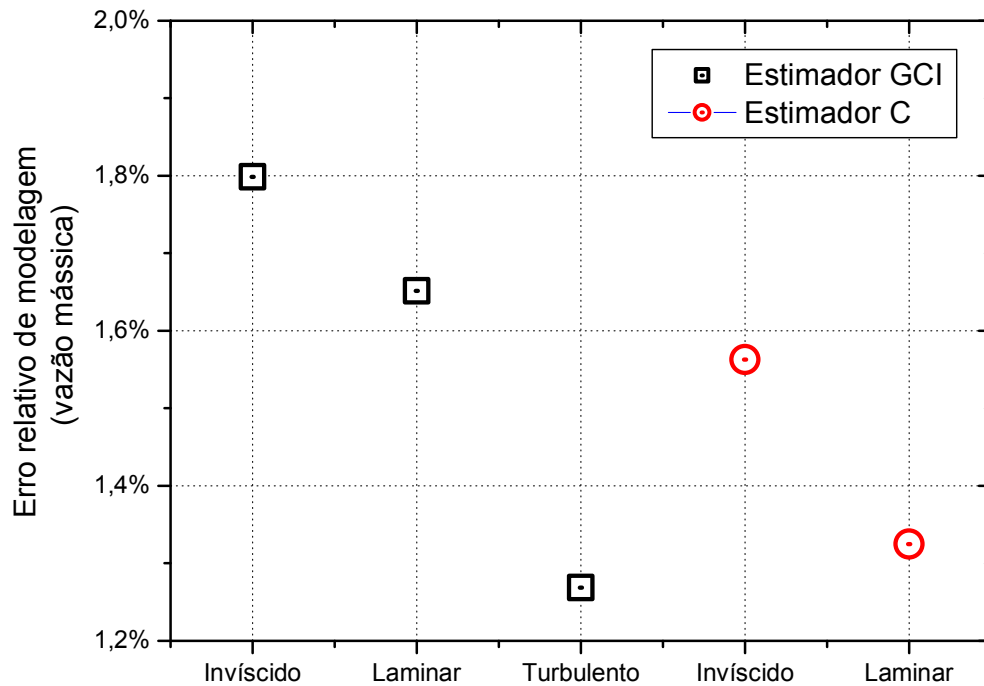


**Figura 5.18 – Vazão mássica sem o modelo turbulento para a tubeira BMG30-15**

Em todos os resultados, as estimativas usando o estimador convergente têm faixas de incerteza mais estreitas, o que pode indicar que o GCI amplifica o erro de modelagem, enquanto o convergente aparentemente não o faz.

A Figura 5.19 mostra o erro relativo de modelagem da vazão mássica para tubeira BMG30-15. É possível verificar que o modelo laminar usando o estimador convergente tem resultado próximo ao do modelo turbulento.

Demais resultados, como campos de velocidade, pressão e temperatura para a tubeira BMG30-15 são apresentados no Apêndice C. Para estas propriedades não há dado experimental para comparação (validação).



**Figura 5.19 – Erro relativo de modelagem da vazão mássica para a tubeira BMG30-15**

## 5.6 Validação da tubeira BMG45-15

A validação na tubeira BMG45-15 considerou os valores específicos fornecidos pela NACA 1135 (Eq.(3.27)). A condutividade térmica e a viscosidade dinâmica são representadas pelo modelo de Sutherland (Eq.(3.28)).

As propriedades de estagnação são as mesmas do experimento, já apresentadas na seção 5.2 (p.93). A parede foi considerada adiabática e a pressão ambiente é o vácuo.

Os resultados numéricos da distribuição de pressões ao longo da tubeira são mostrados nas Figuras 5.20 a 5.23. É possível verificar boa concordância dos modelos testados com o experimento.

Por restrições de convergência, foram testadas somente duas malhas com o modelo turbulento, que tornou sua faixa de incerteza muito ampla.

Das Figuras 5.24 a 5.27 onde são apresentados os erros relativos de modelagem, é possível verificar que ao longo de toda a tubeira o escoamento laminar representa melhor o escoamento que o turbulento, sendo o modelo invíscido também uma boa opção de representação.

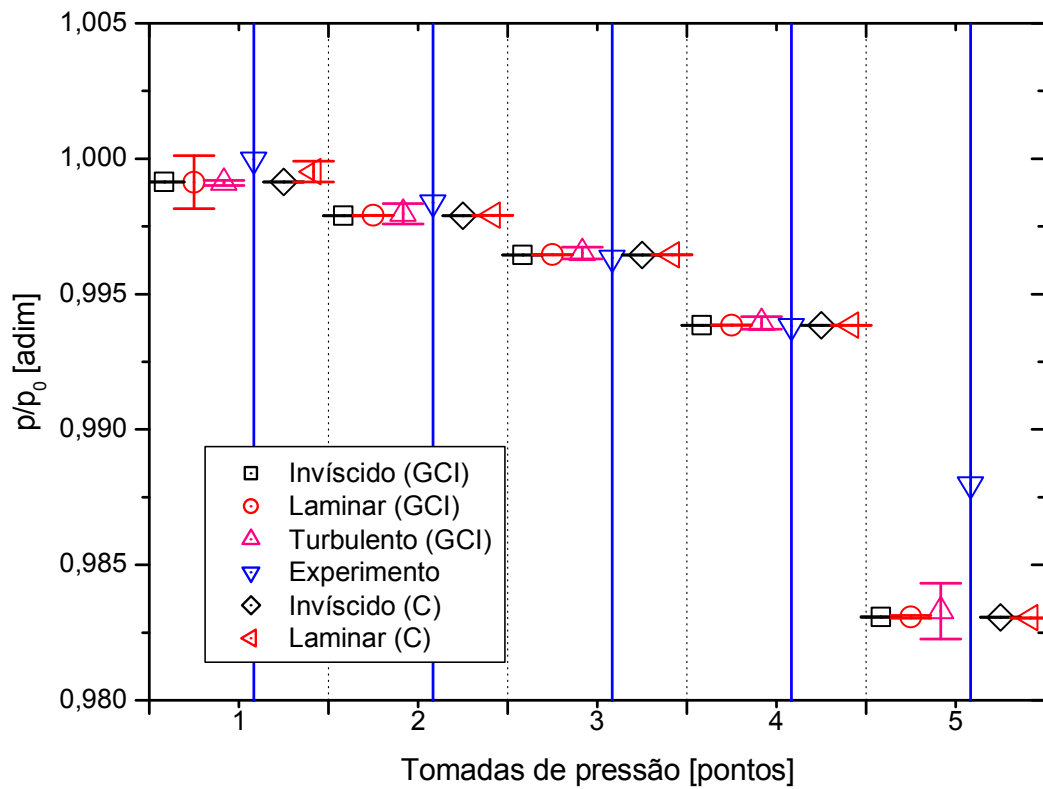


Figura 5.20 - Distribuição de pressões nos pontos 1 a 5 da tubeira BMG45-15

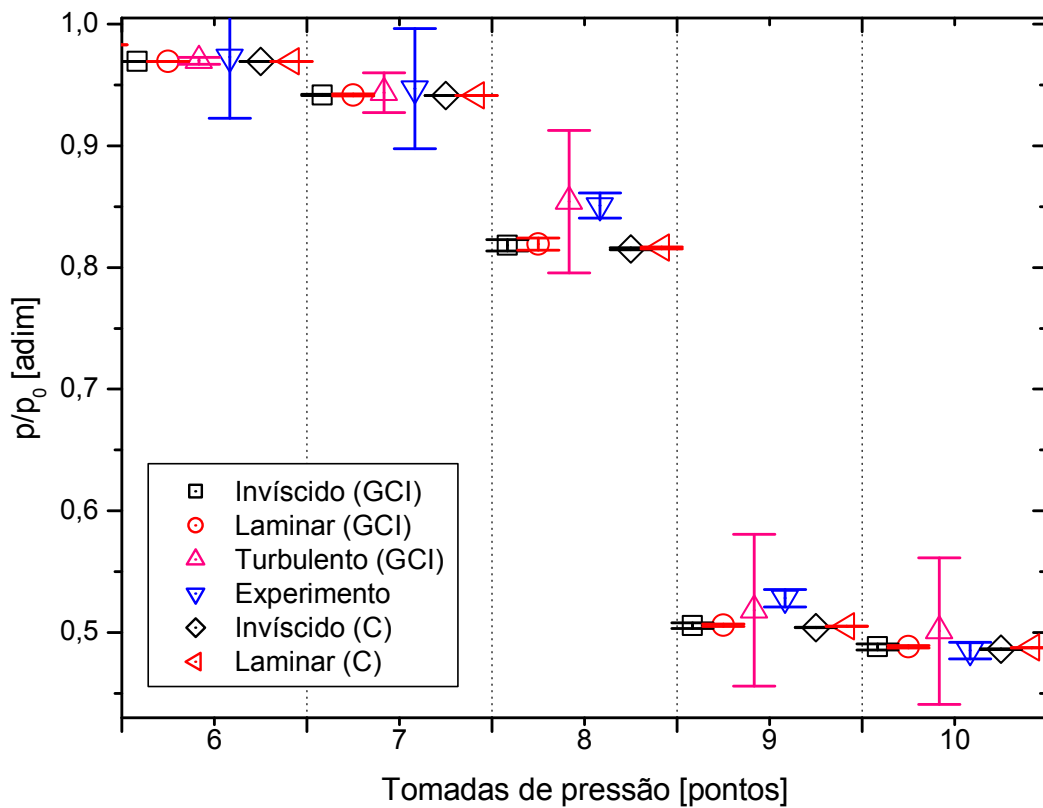


Figura 5.21 - Distribuição de pressões nos pontos 6 a 10 da tubeira BMG45-15

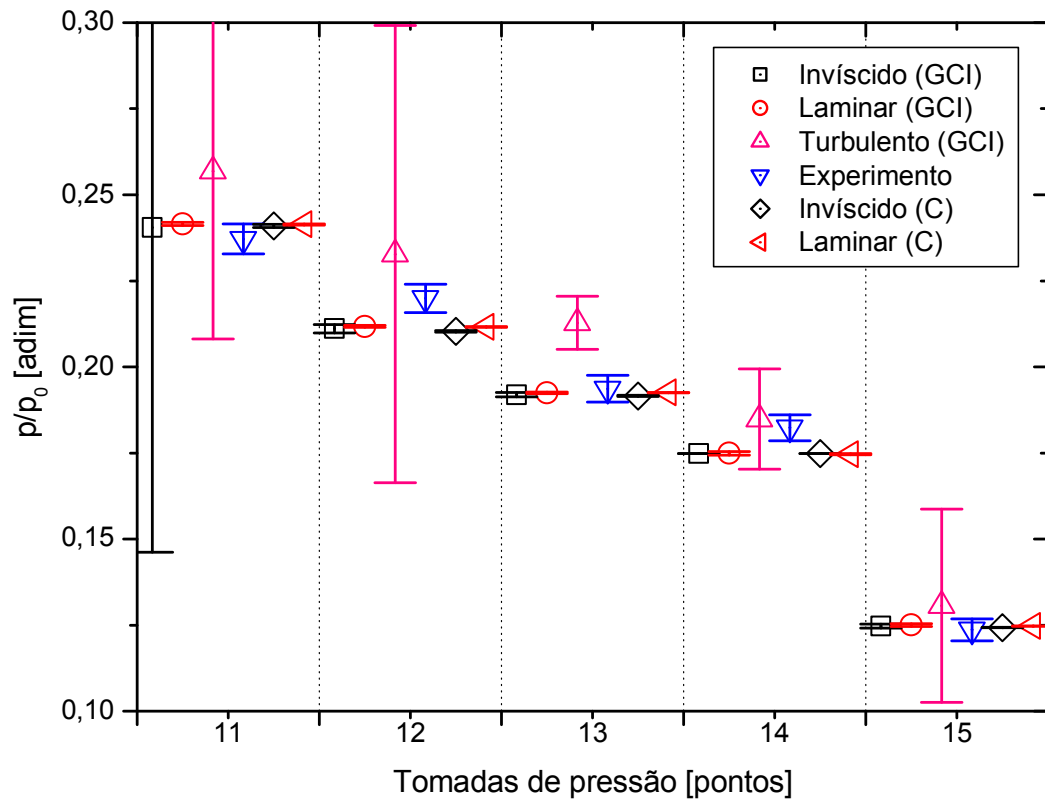


Figura 5.22 - Distribuição de pressões nos pontos 11 a 15 da tubeira BMG45-15

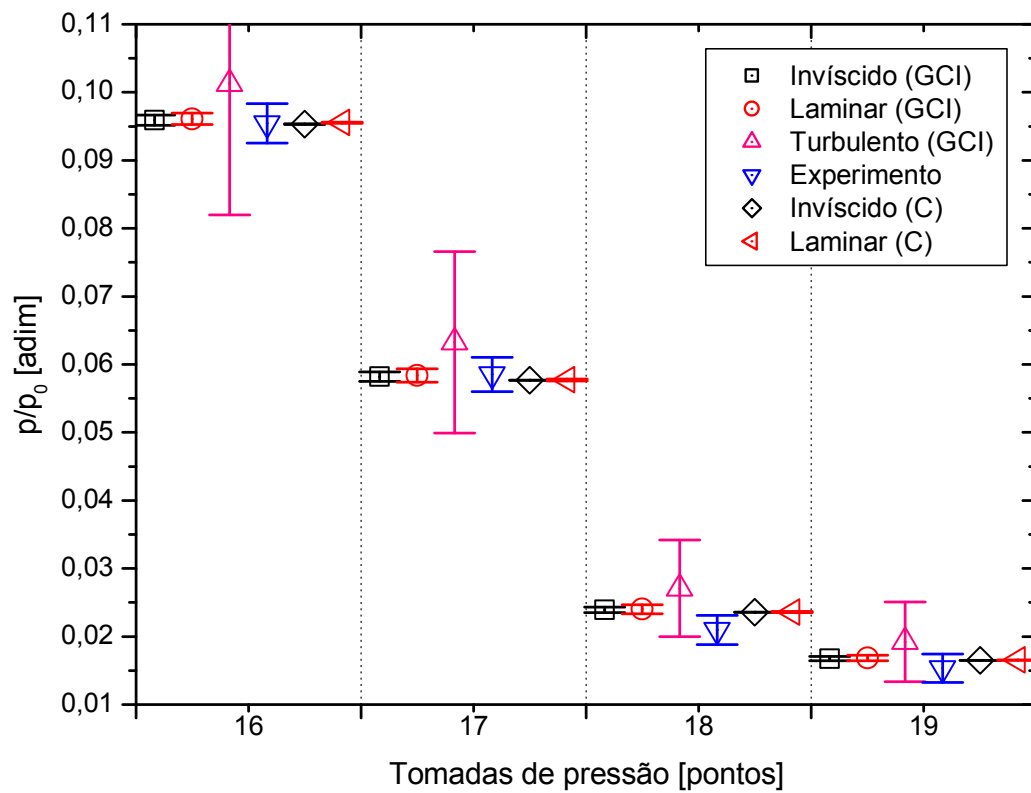
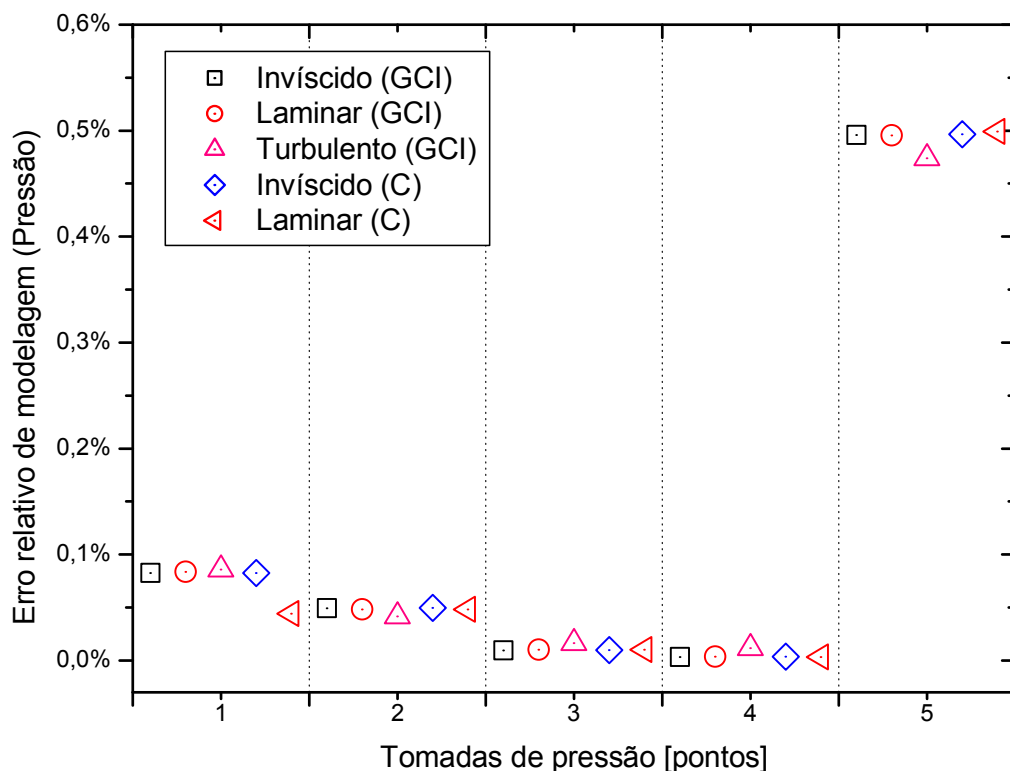


Figura 5.23 - Distribuição de pressões nos pontos 16 a 19 da tubeira BMG45-15

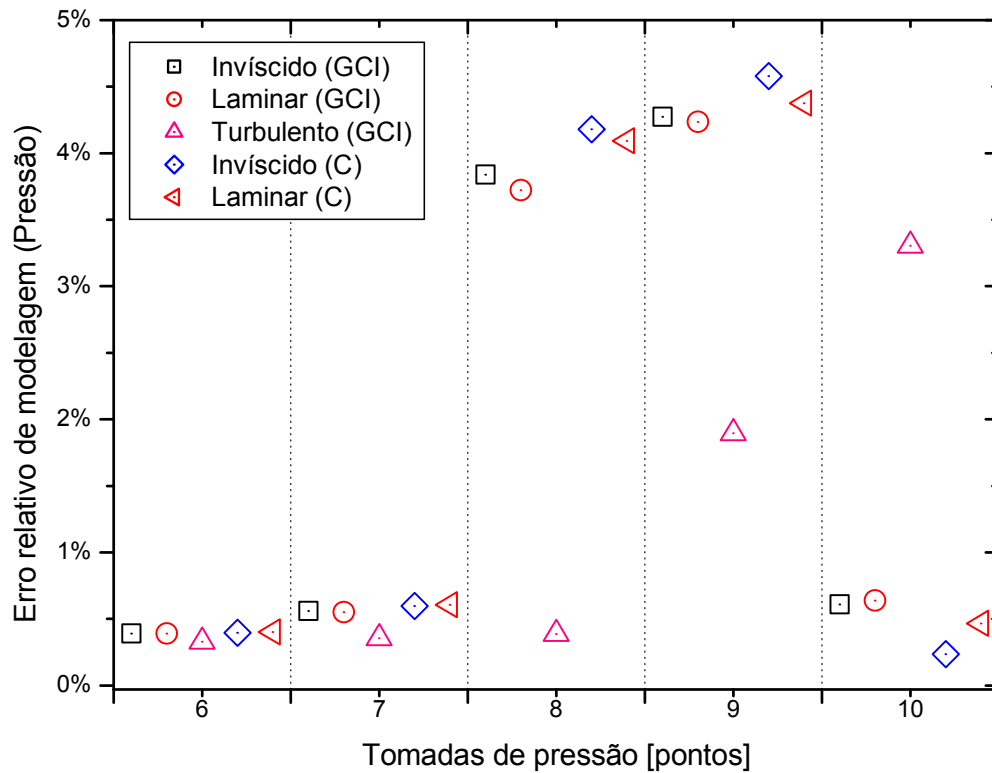
O trabalho de Smith (1988, p.7) indica que elevado semiângulo de convergente, pequenos raios de curvatura e elevadas razões de contração aumentam a aceleração do escoamento, tornando-o mais estável e favorecendo a relaminarização.

A tubeira BMG45-15 tem estas três características mais acentuadas que a tubeira BMG30-15, o que pode justificar o escoamento não ter as regiões de transição que a tubeira BMG30-15 aparentemente apresenta, resultando em escoamento completamente laminar ao longo da tubeira. Comportamento semelhante à tubeira avaliada por Smith (1988) em pressões de estagnação até 2482 kPa (360 psia).

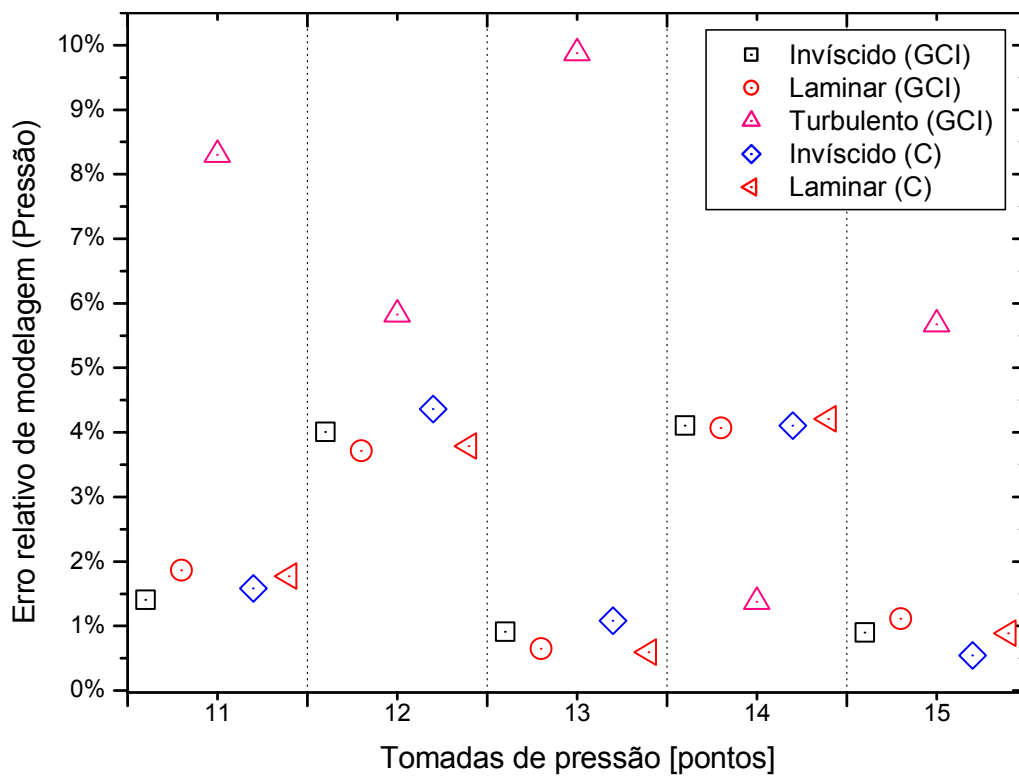
A Figura 5.27 mostra que os erros relativos de modelagem nos pontos 18 e 19 chegam a 15%, o maior na tubeira. Isto está relacionado ao descolamento do escoamento, relatado por Back, Massier e Gier (1965a). É possível avaliar este fenômeno usando o critério de Summerfield, dado pela Eq. (3.2), que indica que razões entre a pressão estática na parede e a pressão ambiente abaixo de 0,4 indicam descolamento. Nos pontos 18 e 19 esta razão de pressões chega a 0,41 e 0,29, respectivamente.



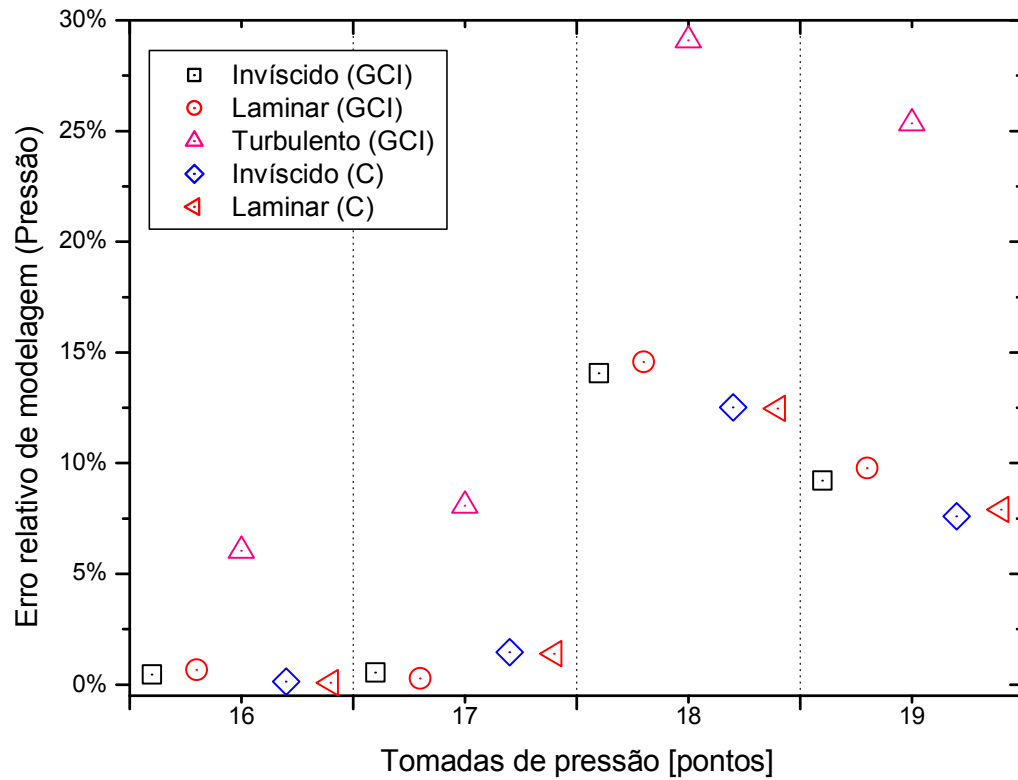
**Figura 5.24 - Erros de modelagem relativos nas soluções numéricas da pressão para os pontos 1 a 5 da tubeira BMG45-15**



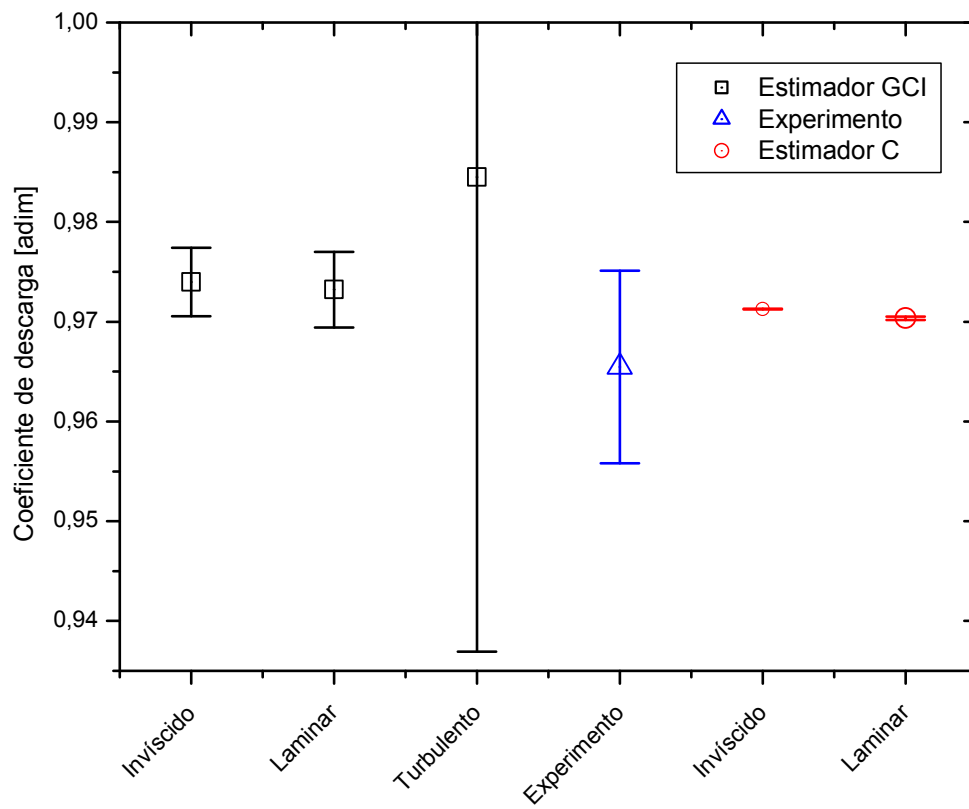
**Figura 5.25 - Erros de modelagem relativos nas soluções numéricas da pressão para os pontos 6 a 10 da tubeira BMG45-15**



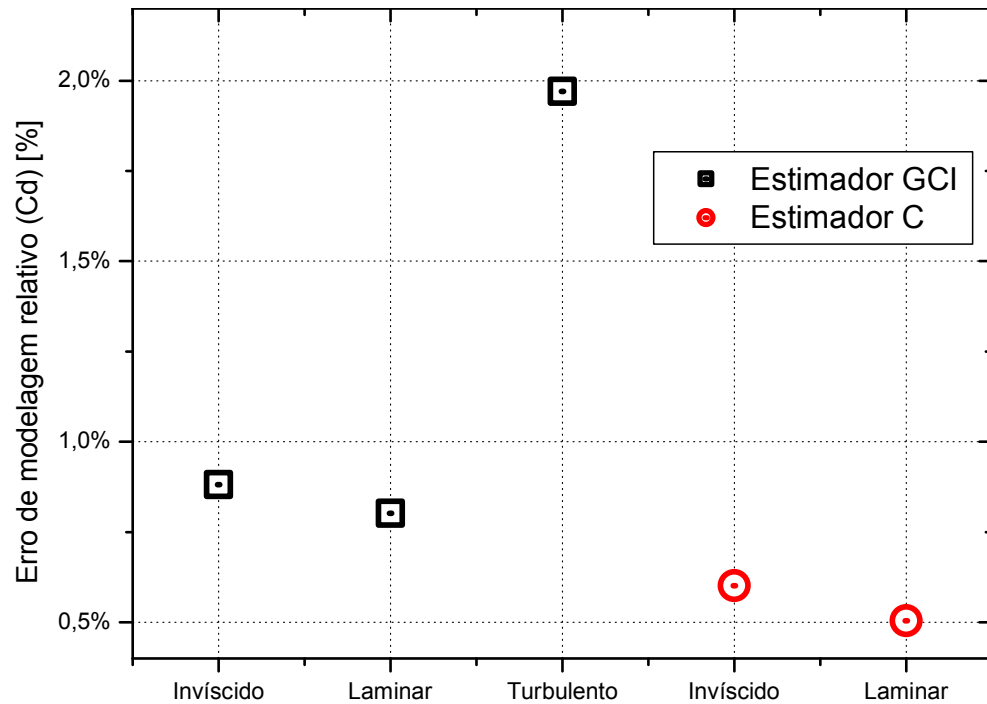
**Figura 5.26 - Erros de modelagem relativos nas soluções numéricas da pressão para os pontos 11 a 15 da tubeira BMG45-15**



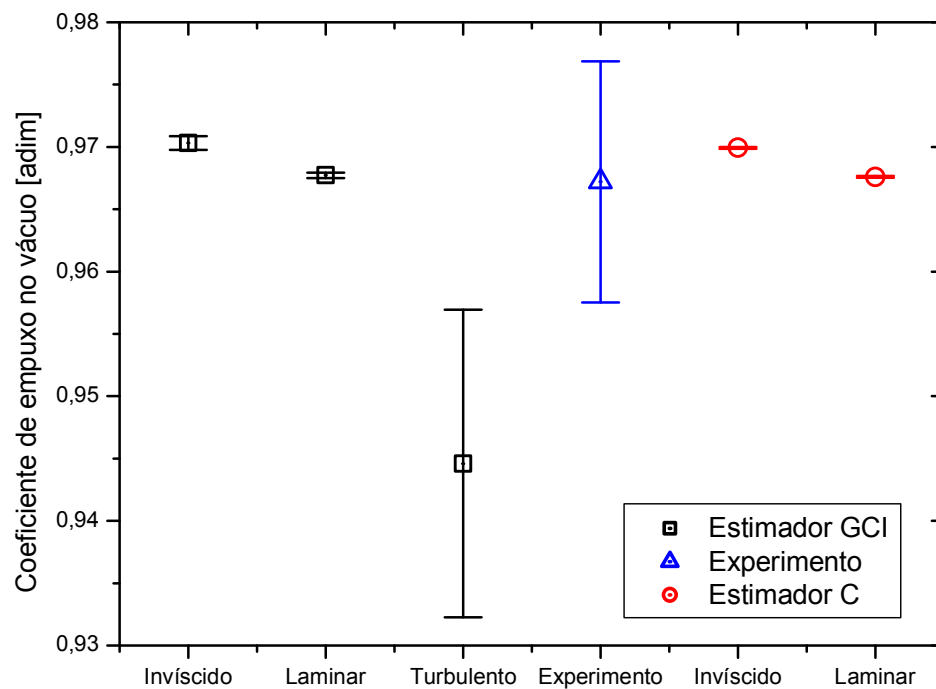
**Figura 5.27 - Erros de modelagem relativos nas soluções numéricas da pressão para os pontos 16 a 19 da tubeira BMG45-15**



**Figura 5.28 – Coeficiente de descarga na tubeira BMG45-15**



**Figura 5.29 - Erro de modelagem relativo do coeficiente de descarga para a tubeira BMG45-15**

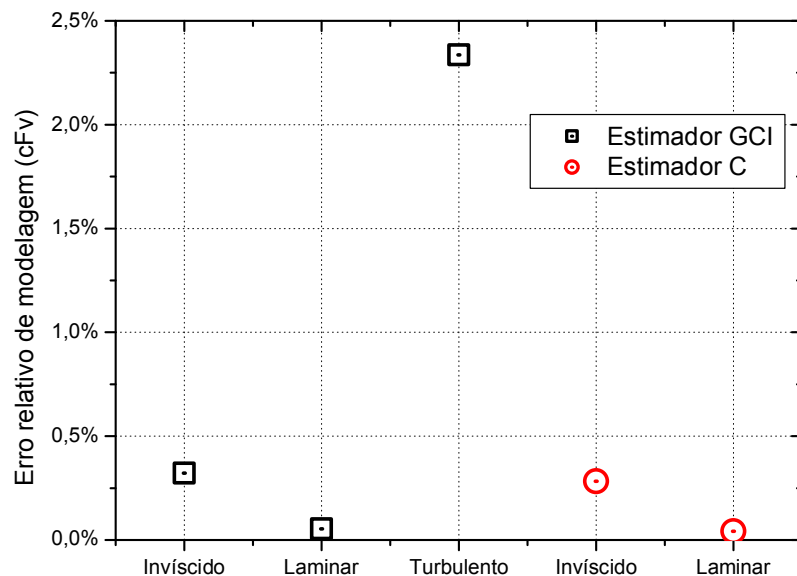


**Figura 5.30 – Coeficiente de empuxo no vácuo ( $C_{Fv}$ ) para a tubeira BMG45-15**

As Figuras 5.28 e 5.29 mostram os valores do coeficiente de descarga e o erro de modelagem deste parâmetro para a tubeira BMG45-15. A Figura 5.28 mostra



que os modelos invíscido e laminar são adequados para obter este parâmetro, uma vez que as soluções numéricas e suas incertezas estão dentro da faixa de incerteza do resultado experimental. Na Figura 5.29 é possível ver que o erro de modelagem chega a 0,5% caso sejam comparados os valores numérico e experimental sem levar em conta suas incertezas.



**Figura 5.31 – Erro relativo de modelagem do coeficiente de empuxo no vácuo ( $C_{Fv}$ ) para a tubeira BMG45-15**

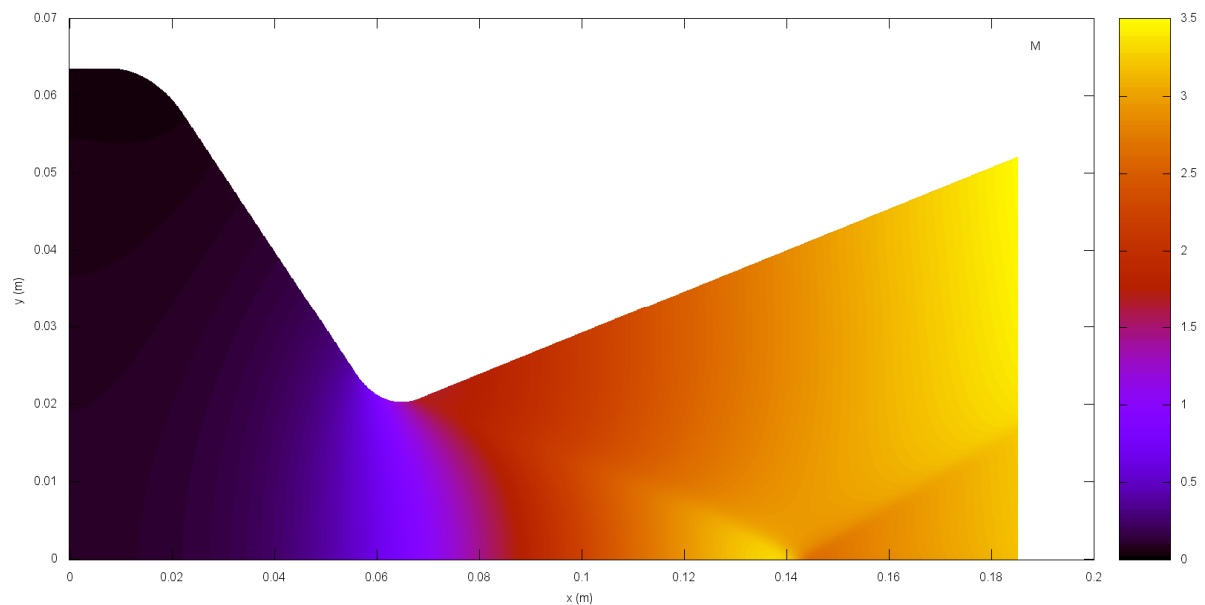
As Figuras 5.30 e 5.31 mostram os valores do coeficiente de empuxo no vácuo e seu erro de modelagem para a tubeira BMG45-15. Na Figura 5.31 é possível ver que o erro de modelagem é de aproximadamente 0,1% para o modelo laminar e aproximadamente 0,3% para o invíscido. Os modelos invíscido e laminar são modelos adequados para obter este parâmetro, uma vez que as soluções numéricas e suas incertezas estão dentro faixa de incerteza da solução experimental.

A Tabela 5.7 mostra a análise de sensibilidade da malha para o coeficiente de descarga e o coeficiente de empuxo nesta tubeira.

**Tabela 5.7 – Análise de sensibilidade de malha**

	Coeficiente de descarga				Coeficiente de Empuxo			
	124x164	248x328	496x656	992x1312	124x164	248x328	496x656	992x1312
Invíscido	1,93%	1,10%	0,57%	0,28%	0,38%	0,24%	0,11%	0,05%
Laminar	1,74%	0,98%	0,52%	0,28%	0,20%	0,17%	0,07%	0,02%
Turbulento	1,58%				0,44%			

A Figura 5.32 ilustra a capacidade da solução numérica de captar a onda de choque oblíqua gerada na transição da garganta para o divergente, conforme citado por Back, Massier e Gier (1965a) e já discutido na seção revisão bibliográfica (p. 36). A onda parte da transição das duas regiões e é refletida no eixo axial aproximadamente na coordenada 0,14 m. Tal reflexão se dá em função da condição de contorno no eixo de axissimetria. Nessa fronteira (sul) a componente radial da velocidade é nula, sendo a velocidade completamente axial. Na região da onda de choque próxima ao eixo de simetria, o escoamento sofre uma deflexão no sentido do eixo de axissimetria, resultando em componente radial negativa. Como o escoamento não atravessa o eixo axial, é necessária uma correção de direção, o que é feito com uma onda de choque oblíqua. Logo, não se trata da reflexão da onda de choque no eixo de simetria, mas sim uma nova onda de choque que surge para corrigir a direção do escoamento.



**Figura 5.32 – Campo de Mach para a tubeira BMG45-15 (modelo invíscido)**

## 5.7 Outras validações

Para não estender demais o tema de validação, não serão apresentados os dados pormenorizados das validações das tubeiras 2.51BMG, 3.02BMG e 3.78BMG, que só tem valores de pressão experimental para serem comparados.

As soluções numéricas resultaram em erro relativo de modelagem, considerando as médias dos erros em todos os pontos conforme mostrado na Tabela 5.8. As distribuições de pressão são apresentadas no Apêndice C.

**Tabela 5.8 – Erro relativo de modelagem das médias das pressões**

	<b>Invíscido</b>	<b>Laminar</b>	<b>Turbulento</b>
<b>2.51BMG</b>	2.96%	2.70%	1.87%
<b>3.02BMG</b>	2.50%	2.30%	2.10%
<b>3.78BMG</b>	3.83%	3.60%	3.20%

## 5.8 Resumo

O capítulo iniciou mostrando as fontes de onde foram obtidos os dados experimentais para validação da solução numérica. Enquanto a tubeira BMG30-15 tem seus dados fornecidos em tabelas, a BMG45-15 tem estes valores apresentados de forma gráfica, dificultando a obtenção dos dados.

Foram descritos os procedimentos para tratar os dados extraídos de gráficos e também o método de pós-processamento para obter a solução numérica exatamente nas coordenadas onde foram obtidos os dados experimentais.

Em seguida foram mostrados os critérios utilizados para a escolha do modelo matemático que representa o calor específico à pressão constante para gás termicamente perfeito. O modelo NACA 1135 foi escolhido por representar melhor a vazão mássica, fator preponderante nos cálculos de coeficiente de empuxo, coeficiente de descarga e impulso específico, que são os parâmetros usados para comparação das tubeiras.

A validação da tubeira BMG30-15 foi feita e apresentada com base na pressão e vazão mássica. Foi verificado que a tubeira tem um padrão de escoamento com regiões de escoamento laminar e turbulento, e que devido à aceleração do escoamento no convergente, ocorre relaminarização em determinada região.

Enquanto a pressão é mais afetada pelo modelo do escoamento, parâmetros como a vazão mássica não têm tanta influência e os modelos invíscido, laminar e turbulento garantem bons resultados. Para o caso avaliado, tiveram erros relativos de modelagem de 1,56%, 1,33% e 1,27% respectivamente. Estes valores foram obtidos com a estimativa convergente para os casos laminar e invíscido, e com o

GCI para o caso turbulento. Esta proximidade dos valores se deve à pequena espessura de camada limite em escoamentos em tubeiras de empuxo. Em alguns casos da ordem de 4% do raio da tubeira.

Verificou-se também que o estimador GCI parece amplificar um pouco o erro de modelagem. O estimador convergente mostrou faixas de incerteza mais estreitas. Desta forma o estimador convergente será usado neste trabalho como padrão, sendo o GCI utilizado nos casos em que não for possível obter as ordens aparentes.

Finalmente a validação da tubeira BMG45-15 mostrou que a solução numérica tem boa concordância com o experimento no caso da pressão. Que ocorre descolamento do escoamento na saída, e que está de acordo com o critério de Summerfield, gerando erros relativos de modelagem maiores nos dois últimos pontos.

Para parâmetros como o coeficiente de descarga e coeficiente de empuxo os modelos invíscido e laminar são adequados. Ambos tem seus valores numéricos e suas faixas de incerteza dentro da faixa de incerteza experimental.

Pelo resultado numérico o escoamento aparenta ser completamente laminar nesta tubeira (BMG45-15) para esta pressão de estagnação. O mesmo ocorreu na tubeira de Smith (1988) operando até 2482 kPa (360 psia).

Com base nos resultados da validação serão adotadas as seguintes diretrizes para seqüência do trabalho:

- Utilização do modelo NACA1135 para cálculo dos calores específicos à pressão constante;
- Utilização do estimador convergente para avaliação dos resultados, usando o GCI somente quando a ordem aparente não puder ser calculada;
- Utilização do modelo laminar ou invíscido, priorizando o que resulte a melhor estimativa de incerteza durante a verificação; e
- O modelo turbulento não permitiu a obtenção de convergência, nos critérios definidos, para avaliação adequada das incertezas numéricas, dessa forma, não foi utilizado.

## 6 RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados das simulações numéricas nas geometrias de convergente testadas. As comparações entre as tubeiras são feitas com base nos coeficientes de descarga e empuxo, e do impulso específico. Todos os valores são obtidos com a tubeira operando no vácuo.

Sugere-se ao leitor que revise as Eqs. (3.5), (3.6), (3.8) e (3.9), que se encontram entre as páginas 53 e 55, que pode facilitar a compreensão dos resultados. Além disto, considere-se ao avaliar os resultados que as soluções quase unidimensionais (subscrito 1D) são as mesmas para todas as tubeiras, já que as razões de contração e expansão, o raio da garganta, e as propriedades de estagnação são as mesmas. E finalmente, verifique-se que uma variação no coeficiente de descarga é o mesmo que variação na vazão mássica, e variação no coeficiente de empuxo é o mesmo que variação no empuxo.

Em todas as simulações as propriedades de estagnação consideradas são as mesmas que foram usadas na validação. Para o caso de tubeiras de elevada razão de raios a base foram os dados da validação da tubeira BMG30-15, na seção 5.1, e para baixa razão de raios (menores que 2,0) foram os dados da validação da BMG45-15, na seção 5.2. O escoamento considerado foi permanente, invíscido, paredes adiabáticas e vácuo como pressão ambiente. O fluido é o ar. O modelo invíscido foi utilizado, devido à impossibilidade de atingir os critérios de convergência definidos, para avaliação adequada das incertezas da solução numérica, tanto no modelo laminar quanto no modelo turbulento. Esta dificuldade aumenta com o aumento da inclinação do convergente, ou seja, à medida que a não ortogonalidade da malha torna-se mais severa.

As soluções numéricas foram pós-processadas para estimar as incertezas envolvidas, que são mostradas nos gráficos. As comparações entre os parâmetros das tubeiras, apresentadas nas tabelas e comentadas no texto, são feitas com base nos melhores valores obtidos do parâmetro avaliado, que são os valores conseguidos com o estimador convergente (Eq. (3.44)).

As tubeiras avaliadas têm seus desenhos mostrados ao longo do texto. Tais desenhos são ilustrativos, não tendo escala fixa. A unidade principal mostrada está



infinitamente longa, uma vez que foi mantida a razão de contração da entrada. Adotou-se para isto o semiângulo de  $10^\circ$ . O raio  $R_{c1}$  foi feito com 7,6 mm (0,3"). Pode-se ver na Figura 6.1 que o volume desta tubeira é maior que a referência, chegando a ser quase 140% maior. Em comprimento esta tubeira é 104% maior que a referência.

Nas tubeiras Proto 13 e Proto 14 foram mantidos os raios de curvatura entre garganta e divergente ( $R_{c3}$ ), o semiângulo do divergente, o comprimento do divergente, o raio da garganta, e a razão de expansão da tubeira de referência. As únicas diferenças entre elas estão no convergente, sendo que a razão de contração se manteve constante para todas as opções definidas, ou seja, o raio de entrada é o mesmo.

A Figura 6.2 mostra os parâmetros de desempenho para as três tubeiras. A Proto 13 não apresenta variação representativa, em relação à referência, para nenhum dos parâmetros avaliados. A Proto 14 tem coeficientes de descarga e de empuxo melhores que a referência, o primeiro 0,05% e o segundo 0,04% melhores respectivamente. Já seu impulso específico não apresenta variação representativa. Alguma cautela deve ser tomada ao avaliar os gráficos. Uma visão descuidada pode indicar variação considerável nos parâmetros, efeito das escalas apresentadas.

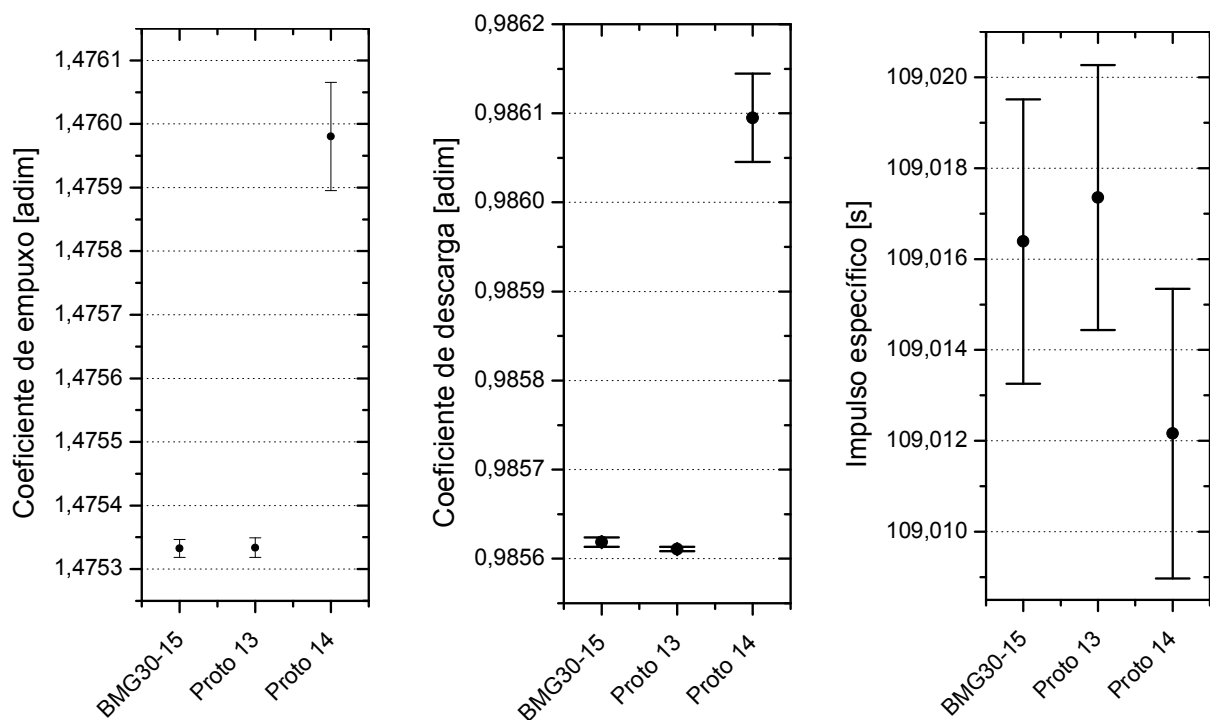
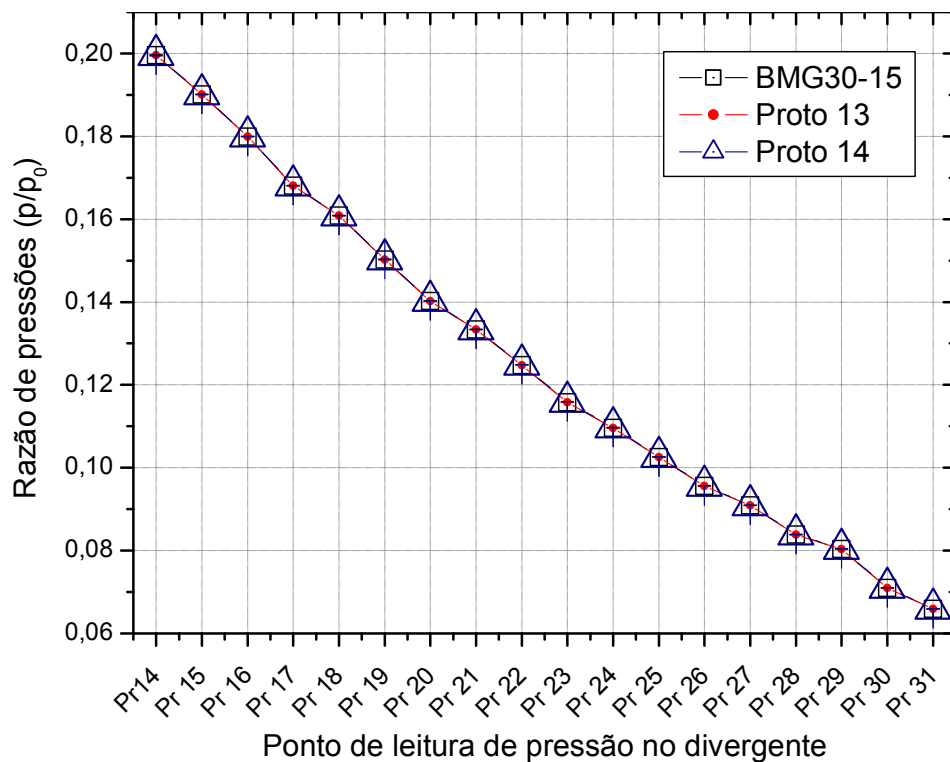


Figura 6.2 – Parâmetros de desempenho para tubeiras BMG30-15, Proto 13 e Proto 14

Os resultados mostram que em tuberias com elevada razão de raios a forma do convergente não tem impacto significativo nos parâmetros de desempenho avaliados.

Back, Massier e Gier (1965a) chegaram a essa conclusão com base na distribuição de pressões obtidas experimentalmente em tuberias com razão de raios 2,0. Os autores usaram as tuberias 3.02BMG, 2.51BMG e 3.78BMG, cujas características são mostradas na Tabela 2.2. Em suas experiências, variando o perfil do convergente as distribuições de pressão ao longo da tuberia se mantiveram inalteradas, o que levou-os a concluir que o perfil do convergente não é uma característica que impacte no desempenho.

As tuberias Proto 13 e Proto 14 são iguais à tuberia BMG30-15 na seção divergente, então é possível fazer um comparativo da distribuição de pressões nessa região para saber se o comportamento é similar ao verificado pelos autores. A Figura 6.3 apresenta essa distribuição e mostra que o resultado é equivalente ao obtido pelos autores em 1965, e deste ponto de vista o perfil do convergente não tem influência sobre o escoamento para tuberias com elevada razão de raios.



**Figura 6.3 – Pressões no divergente nas tuberias Proto 13, Proto 14 e BMG30-15**



A Figura 6.3 apresenta também as incertezas numéricas estimadas usando o estimador convergente. Não é possível identificá-las no gráfico por serem da ordem de  $10^{-4}$  a  $10^{-6}$ . Os pontos de pressão apresentados estão após a garganta (divergente), e sua numeração é a mesma empregada para identificar os pontos de leitura de pressão experimental na validação usando a tubeira BMG30-15 (ver Figura 5.1, p.91).

## 6.2 Tubeiras com baixa razão de raios

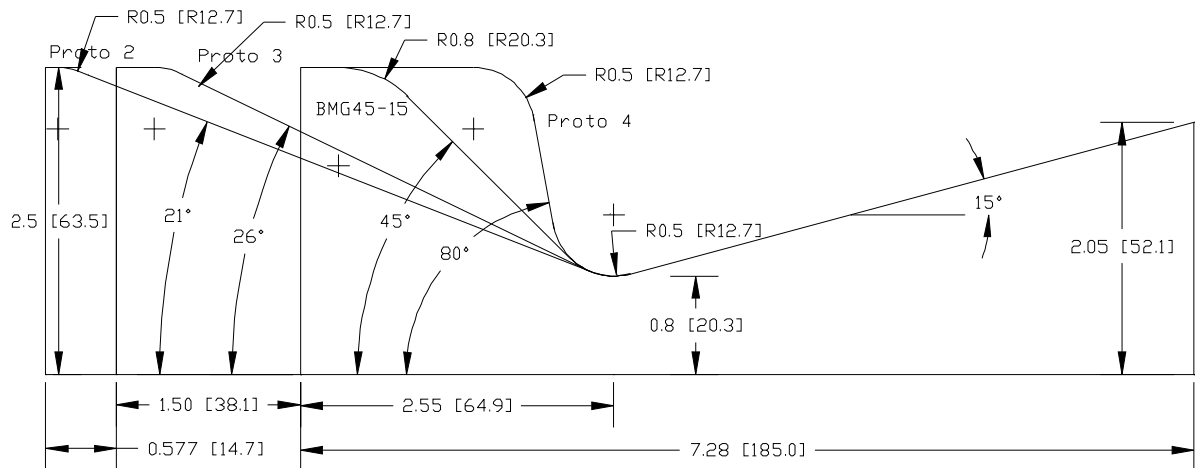
Os resultados até aqui confirmam o que foi visto na revisão bibliográfica, ou seja, que o perfil convergente não tem influência no desempenho da tubeira.

Como já foram avaliadas algumas tubeiras com elevada razão de raios esta seção cuidará de avaliar tubeiras de razão de raios menores. Para isto, foi tomada como referência a tubeira BMG45-15, que tem razão 0,625. As configurações testadas são descritas na Tabela 6.1 e mostradas nas Figuras 6.4 a 6.6. Os termos  $R_{c1}$ ,  $R_{c2}$ ,  $R_t$ , e  $\alpha$ , estão relacionados à Figura 2.1 (p.32).

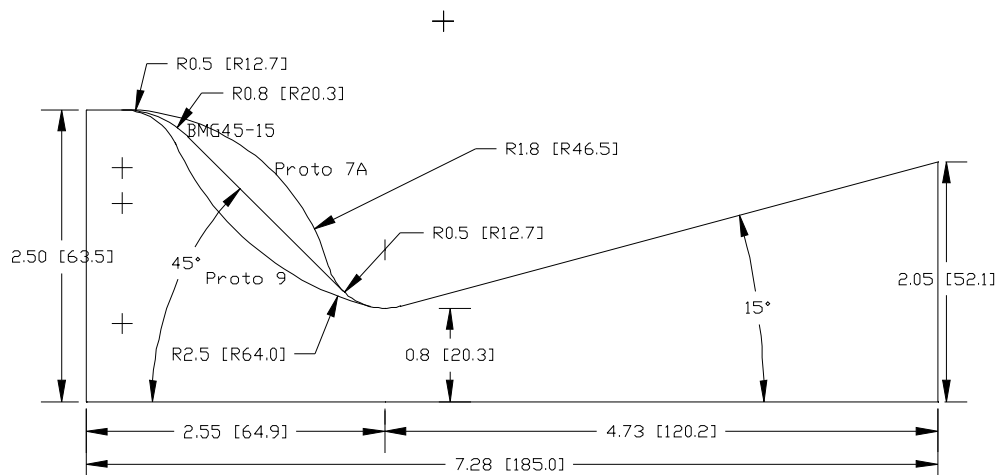
**Tabela 6.1 – Tubeiras avaliadas**

	$R_{c1}$	$\alpha$	$R_{c2}$	$R_{c2}/R_t$
	[mm]	[°]	[mm]	[adim]
<b>Proto2</b>	12,7	21	12,7	0,625
<b>Proto3</b>	12,7	26	12,7	0,625
<b>Proto 4</b>	12,7	80	12,7	0,625
<b>Proto7A</b>	46,5	76	12,7	0,625
<b>Proto9</b>	12,7	13	12,7	0,625
<b>Proto 11</b>	50,8	72	12,7	0,625
<b>Proto 15</b>	7,6	12	12,7	0,625

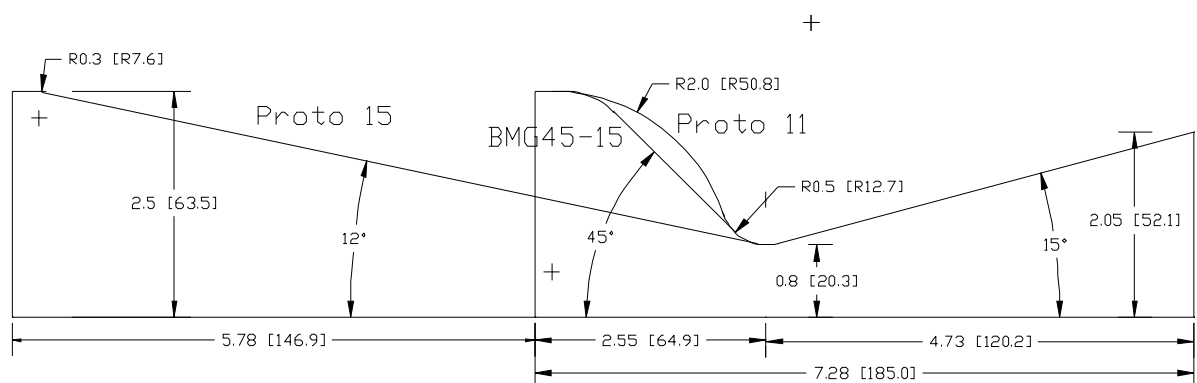
Nessa etapa do trabalho não foram definidas diretrizes específicas para gerar as tubeiras apresentadas nas Figura 6.4 à Figura 6.6. Pode-se verificar que foram geradas tubeiras de convergente cônico assim como tubeiras com convergente curvo. Nas de convergente cônico são vários semiângulos de convergente.



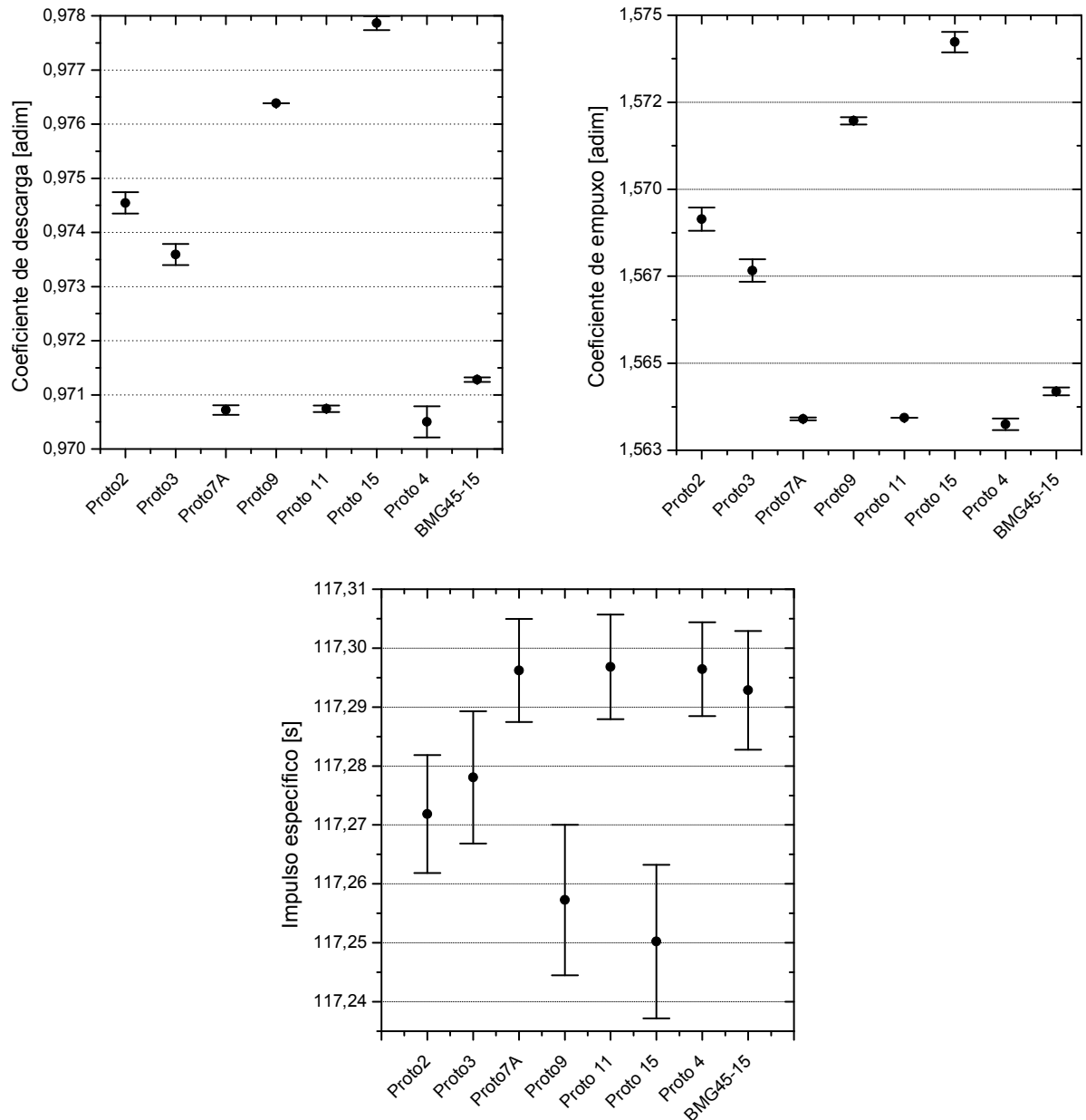
**Figura 6.4 – Esquema das tubeiras BMG45-15, Proto 2, Proto 3 e Proto 4**



**Figura 6.5 – Esquema das tubeiras BMG45-15, Proto 7A e Proto 9**



**Figura 6.6 – Esquema das tubeiras BMG45-15, Proto 11 e Proto 15**



**Figura 6.7 – Parâmetros de desempenho para tubeiras BMG45-15, Proto 2, Proto 3, Proto 4, Proto 7A, Proto 11 e Proto 15**

A Figura 6.7 mostra os parâmetros de desempenho das tubeiras avaliadas. É possível verificar que a tubeira de melhor desempenho é a Proto 15 seguida da Proto 9. Para o coeficiente de empuxo estas tubeiras são melhores que a referência em 0,64% e 0,50% respectivamente. Se comparados ao trabalho de Rao (1958) que obteve coeficiente de empuxo 0,50% melhor, com seu perfil de divergente, em relação à tubeira cônica original daquele trabalho, estes resultados podem ser considerados significativos. O pior desempenho foi obtido pela tubeira Proto 4, que

teve este valor 0,06% pior que a tubeira referência, mostrando que a tubeira referência tem um dos piores perfis possíveis para esse caso.

Avaliando o coeficiente de descarga, as tubeiras Proto 15 e Proto 9 têm este parâmetro melhor que a referência em 0,68% e 0,53% respectivamente.

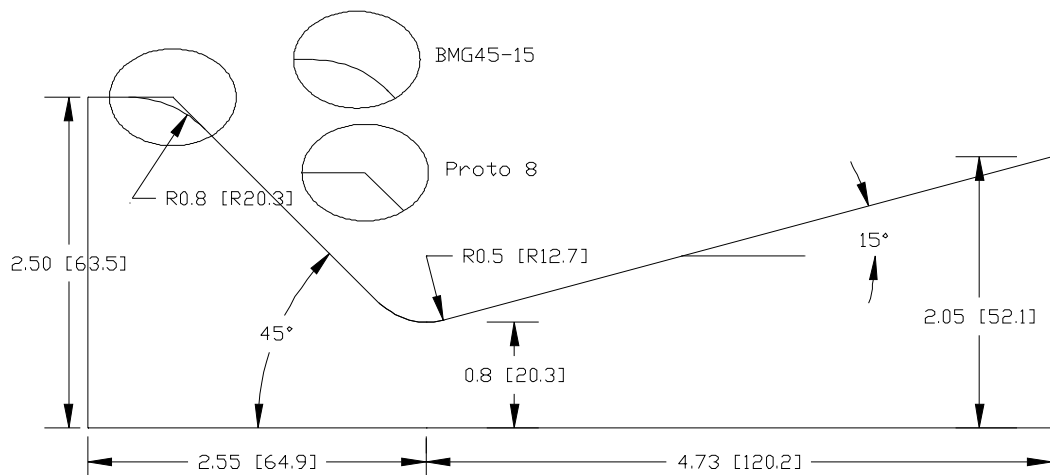
E finalmente o impulso específico das tubeiras Proto 9 e Proto 15 são piores que a referência em 0,03% e 0,04% respectivamente. A explicação para isto é que o empuxo melhora proporcionalmente menos que a vazão mássica (em relação à referência). Como o impulso específico é basicamente uma razão entre empuxo e vazão mássica, quando o numerador aumenta menos que o denominador a razão diminui. Isto faz com que o impulso específico piore.

Comparando a tubeira Proto 15 com a BMG45-15 (referência), o empuxo dinâmico, que é a parcela do empuxo obtida pela troca de quantidade de movimento, melhora 0,60% enquanto a parte do empuxo devido ao desbalanceamento de pressão melhora 1%. A combinação disto gera um empuxo 0,64% melhor. O empuxo dinâmico corresponde a 94% do empuxo total.

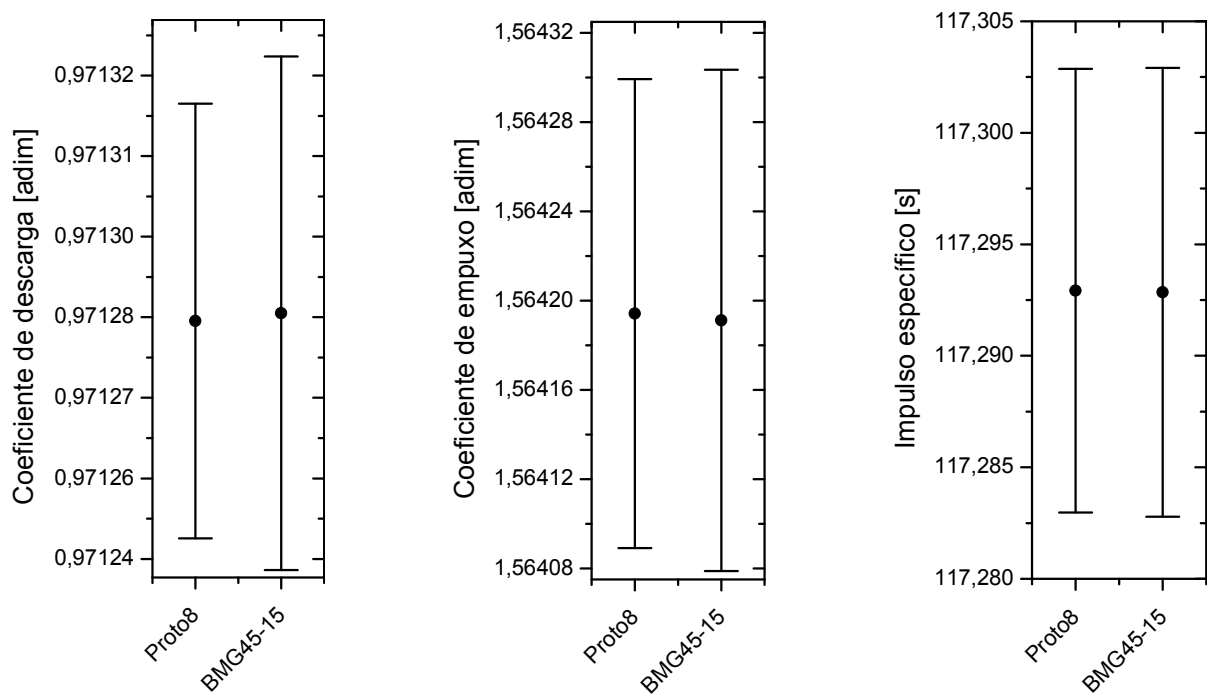
Esses resultados mostram que o perfil convergente é importante para tubeiras com baixa razão de raios, ao contrário do que indica a literatura da área. Após essa constatação a seqüência do trabalho verificou as influências de alguns aspectos geométricos em tubeiras de convergente cônico nos parâmetros de desempenho. As principais características avaliadas são o raio de curvatura entre o *plenum* e o convergente ( $R_{c1}$ ), o semiângulo do convergente ( $\alpha$ ) e o raio de curvatura entre o convergente e a garganta ( $R_{c2}$ ). As próximas seções apresentam os resultados desses estudos.

### 6.3 Efeito do raio de curvatura $R_{c1}$ em tubeiras com baixa razão de raios

Nesta seção avaliou-se o efeito do raio de curvatura entre o *plenum* e o convergente ( $R_{c1}$ ) no desempenho de tubeiras com baixa razão de raios. Para esta atividade foram geradas outras tubeiras além das já descritas. As condições de estagnação e ambiente são as mesmas usadas na seção 6.2.



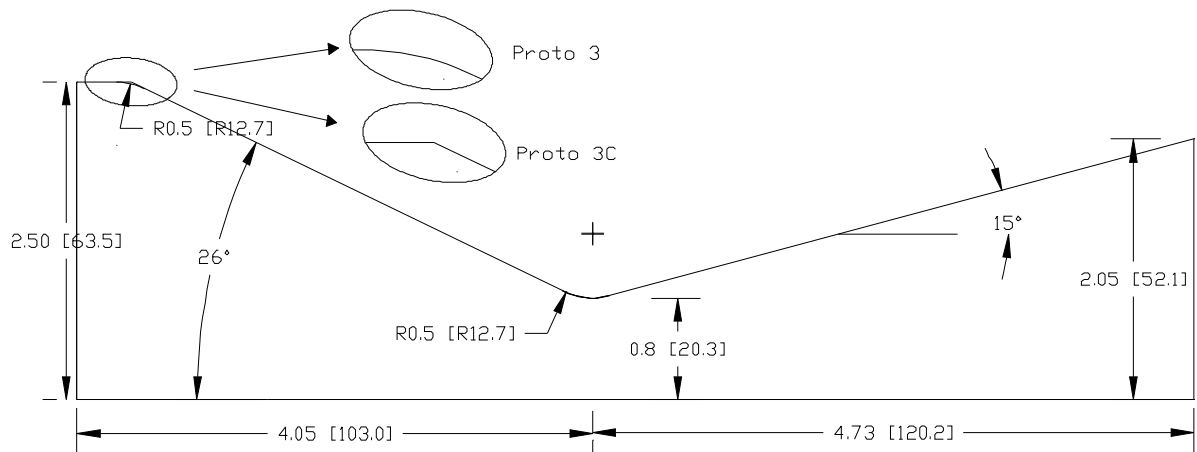
**Figura 6.8 – Esquema das tubeiras BMG45-15 e Proto 8**



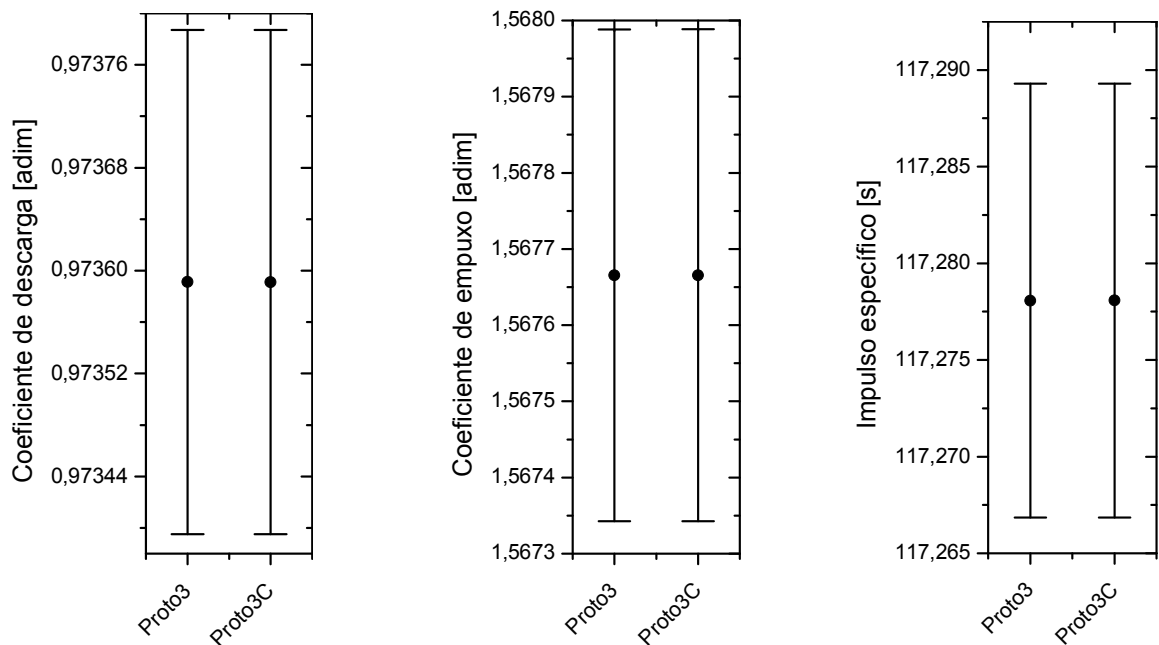
**Figura 6.9 – Parâmetros de desempenho da tubeira Proto 8 comparada à BMG45-15**

A primeira avaliação é de tubeira com semiângulo de convergente de 45°. Para isto foi gerada a Proto 8, desenhada com base na referência (BMG45-15). Sua única diferença é que não tem o raio de curvatura  $R_{c1}$ . Nesta região o perfil do convergente intercepta o do *plenum* (Figura 6.8).

Os parâmetros de desempenho apresentados na Figura 6.9 mostram que não há efeito representativo desta característica geométrica na tubeira de referência, que tem razão de raios 0,625 e semiângulo do convergente de 45°.



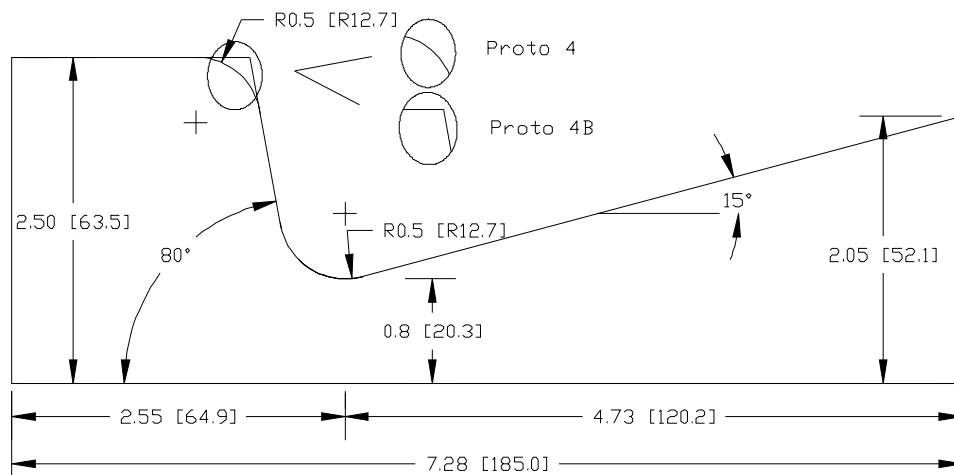
**Figura 6.10 – Esquema das tubeiras Proto 3 e Proto 3C**



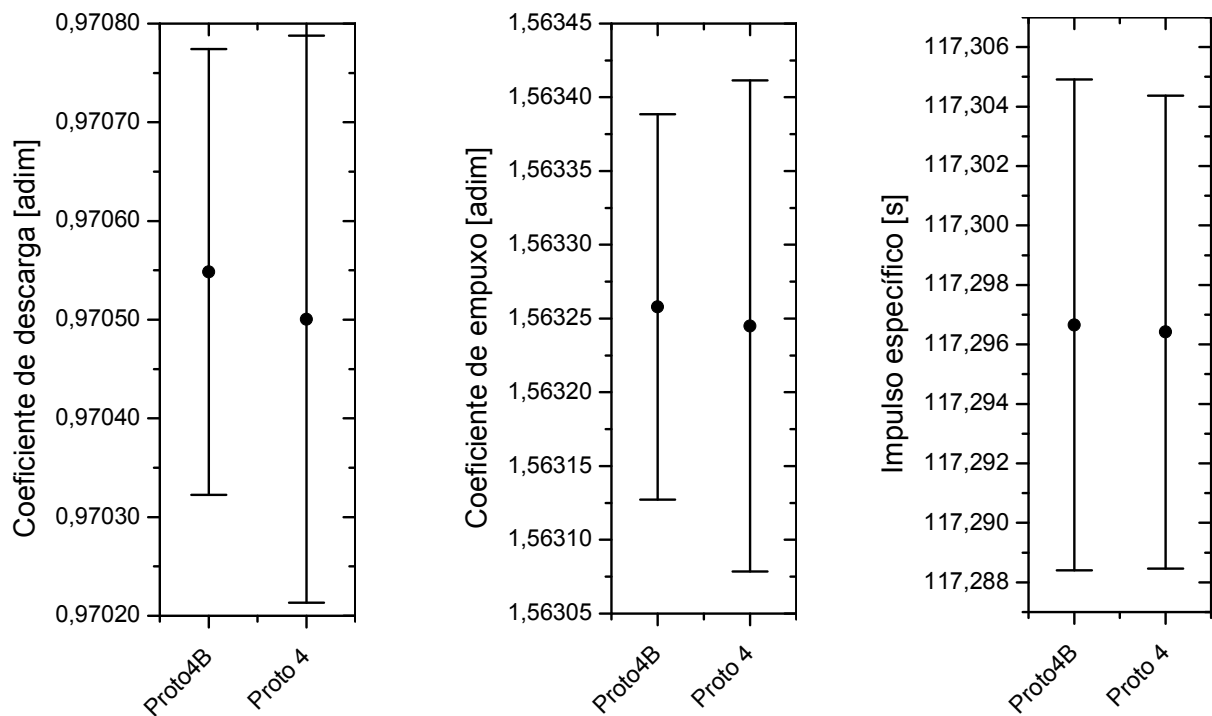
**Figura 6.11 – Parâmetros de desempenho das tubeiras Proto 3 e Proto 3C**

As tubeiras Proto 3 e Proto 3C (Figura 6.10) têm semiângulo de convergente de 26° e a diferença entre as duas é que a Proto 3 tem arredondamento na região de

intersecção do *plenum* com o convergente, enquanto a Proto 3C não possui esta característica. Os parâmetros apresentados na Figura 6.11 mostram que para tuberias com semiângulo mais baixo, no caso 26°, esta característica geométrica também não impacta os parâmetros de desempenho.



**Figura 6.12 – Esquema das tuberias Proto 4 e Proto 4B**



**Figura 6.13 – Parâmetros de desempenho das tuberias Proto 4 e Proto 4B**

E finalmente duas tubeiras com elevado ( $80^\circ$ ) semiângulo de convergente (Figura 6.12). A tubeira Proto 4B foi criada a partir da Proto 4 suprimindo o raio  $R_{c1}$ , sendo a interligação do *plenum* com o convergente feito pela intersecção de ambos os perfis. Avaliando a Figura 6.13 verifica-se que o raio  $R_{c1}$  não afeta os parâmetros de desempenho.

Avaliando os três casos analisados, com semiângulo de  $26^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $80^\circ$ , pode-se dizer que não há efeito do raio  $R_{c1}$  no funcionamento da tubeira.

#### 6.4 Efeito do semiângulo (inclinação) do convergente

Nesta seção a tubeira base, em termos geométricos, sobre a qual as alterações no convergente são feitas é a BMG45-15. Ela entrará no comparativo dos parâmetros de desempenho em algum momento, mas não será base de referência para todos os casos.

Para avaliar o efeito do semiângulo do convergente nos parâmetros de desempenho das tubeiras, foram desenvolvidas opções de geometria com semiângulo de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $80^\circ$ . Não foram avaliados valores menores que  $30^\circ$  pois aumentaria muito o comprimento da tubeira, e o objetivo do trabalho foi tentar avaliar opções que não diferissem muito da tubeira base.

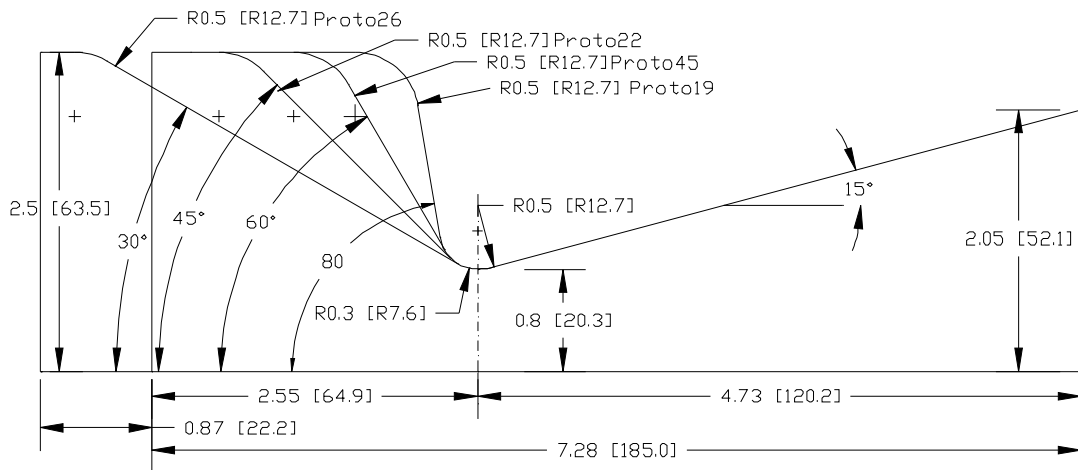
As variáveis geométricas do convergente de perfil cônico, que podem influenciar o desempenho, além da inclinação do convergente, são os raios  $R_{c1}$  e  $R_{c2}$ . A tentativa nessa seção foi avaliar o impacto do semiângulo considerando os possíveis efeitos dos raios de curvatura. Para isto foram feitas, para cada inclinação de convergente, tubeiras com raio  $R_{c1}$  de 12,7 mm (0,5") e 20,3 mm (0,8"), e  $R_{c2}$  de 7,6 mm (0,3"), 12,7 mm (0,5"), 20,3 mm (0,8") e 30,5 mm (1,2"). Esta combinação resultou num total de 32 perfis possíveis. Esses perfis são usados nessa seção e na próxima.

As simulações numéricas foram feitas considerando as propriedades de estagnação e ambiente descritas na seção 6.2.

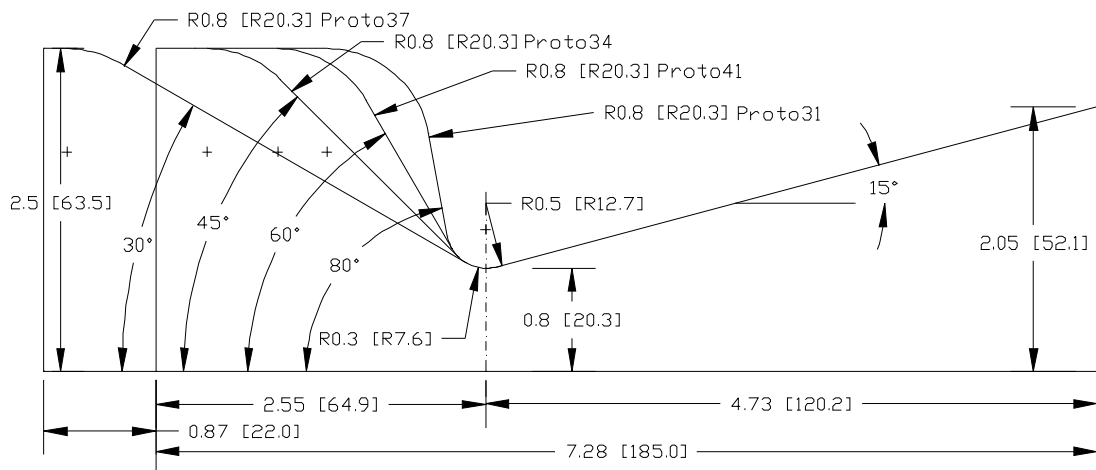


#### 6.4.1 Tubeiras com razão de raios 0,375

As primeiras tubeiras avaliadas foram de baixa razão de raios, nesse caso 0,375. Para essa categoria foram geradas oito tubeiras, cujas características geométricas são apresentadas na Tabela 6.2 e mostradas nas Figuras 6.14 e 6.15.



**Figura 6.14 - Esquema das tubeiras Proto 19, Proto 22, Proto 26 e Proto 45**



**Figura 6.15 – Esquema das tubeiras Proto 31, Proto 34, Proto 37 e Proto 41**

A Tabela 6.2 compara os parâmetros geométricos e de desempenho dessas tubeiras. Os parâmetros de desempenho são apresentados com suas diferenças relativas em relação a uma referência, que no caso é a tubeira de maior semiângulo de inclinação do convergente, que geralmente tem o pior resultado para o

coeficiente de empuxo. Dessa forma as porcentagens indicam quanto melhor, ou pior, são os parâmetros das outras tubeiras em relação a essa referência.

**Tabela 6.2 – Comparativo entre tubeiras com razão de raios 0,375**

	$R_{c1}$	$\alpha$	$R_{c2}$	$R_{c2}/R_t$	$C_D$	$C_{Fv}$	$I_{sv}$
	[mm]	[o]	[mm]	[adim]	[%]	[%]	[%]
<b>Proto 19</b>	12,7	80	7,6	0,375	-	-	-
<b>Proto 45</b>	12,7	60	7,6	0,375	0,00%	0,03%	-0,01%
<b>Proto 22</b>	12,7	45	7,6	0,375	0,21%	0,15%	-0,02%
<b>Proto 26</b>	12,7	30	7,6	0,375	0,61%	0,58%	-0,04%
<b>Proto 31</b>	20,3	80	7,6	0,375	-	-	-
<b>Proto 41</b>	20,3	60	7,6	0,375	0,01%	0,06%	-0,01%
<b>Proto 34</b>	20,3	45	7,6	0,375	0,22%	0,17%	-0,02%
<b>Proto 37</b>	20,3	30	7,6	0,375	0,62%	0,61%	-0,04%

A Tabela 6.2 mostra que tanto o coeficiente de empuxo quanto o coeficiente de descarga aumentam com a redução no semiângulo do convergente. Já o impulso específico piorou de forma pouco significativa. Esta última ocorrência, já explicada anteriormente, se dá pelo fato da vazão mássica melhorar mais que o empuxo. Para exemplificar, comparando as tubeiras Proto 19 e Proto 26 a vazão mássica da última é 0,61% melhor que a primeira, enquanto que o empuxo é 0,58% melhor, resultando uma redução de 0,04% no impulso específico.

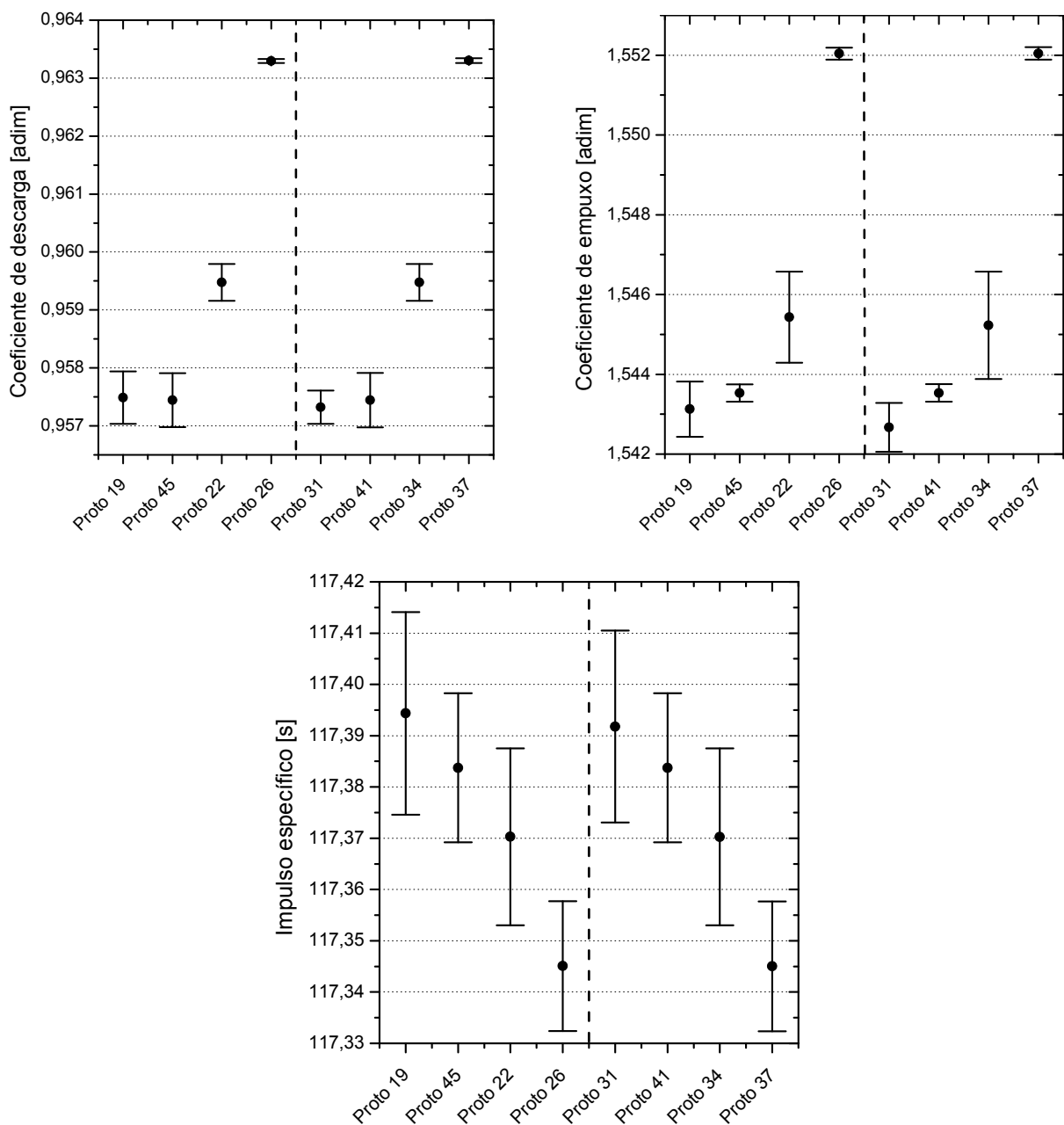
**Tabela 6.3 – Impacto do raio  $R_{c1}$  em tubeiras com razão de raio 0,375**

	$R_{c1}$	$\alpha$	$R_{c2}$	$R_{c2}/R_t$	$C_D$	$C_{Fv}$	$I_{sv}$
	[mm]	[o]	[mm]	[adim]	[%]	[%]	[%]
<b>Proto 19</b>	12,7	80	7,6	0,375	-	-	-
<b>Proto 31</b>	20,3	80	7,6	0,375	-0,02%	-0,03%	0,00%
<b>Proto 45</b>	12,7	60	7,6	0,375	-	-	-
<b>Proto 41</b>	20,3	60	7,6	0,375	0,00%	0,00%	0,00%
<b>Proto 22</b>	12,7	45	7,6	0,375	-	-	-
<b>Proto 34</b>	20,3	45	7,6	0,375	0,00%	-0,01%	0,00%
<b>Proto 26</b>	12,7	30	7,6	0,375	-	-	-
<b>Proto 37</b>	20,3	30	7,6	0,375	0,00%	0,00%	0,00%

A Tabela 6.3 faz um comparativo entre pares de tubeiras. Cada par tem como única diferença o raio  $R_{c1}$ . Os parâmetros são apresentados como diferença relativa entre os dados, tendo como referência sempre a primeira tubeira. Por esta

tabela percebe-se que o raio  $R_{c1}$  não tem influência sobre o funcionamento desse grupo de tuberias, reforçando o que foi visto na seção anterior.

Os valores dos parâmetros de desempenho avaliados, com suas respectivas incertezas numéricas estimadas, são mostrados na Figura 6.16. Os gráficos foram feitos de tal forma que as quatro primeiras tuberias têm  $R_{c1}$  de 12,7 mm (0,5") e as quatro últimas têm  $R_{c1}$  de 20,3 mm (0,8").

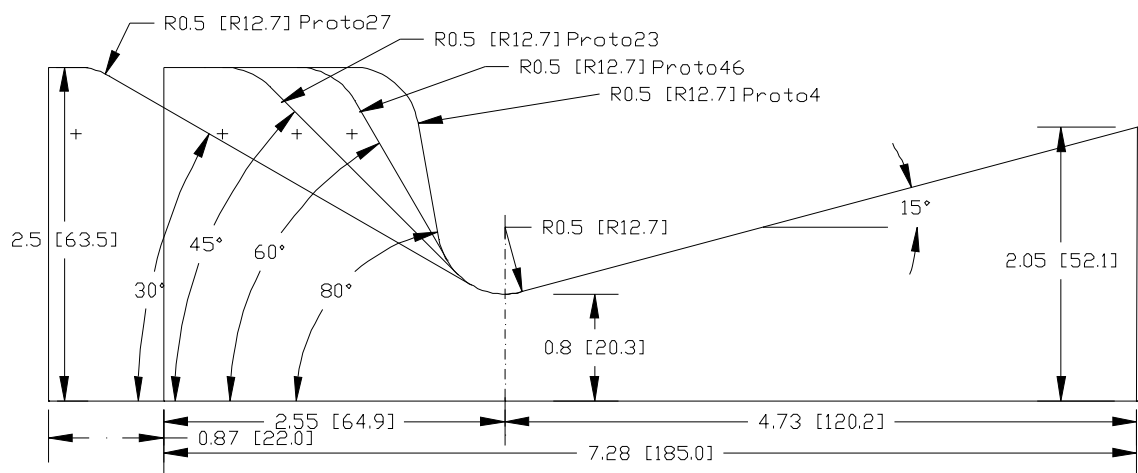


**Figura 6.16 – Parâmetros de desempenho das tuberias Proto 19, Proto 22, Proto 26, Proto 45, Proto 31, Proto 34, Proto 37 e Proto 41**

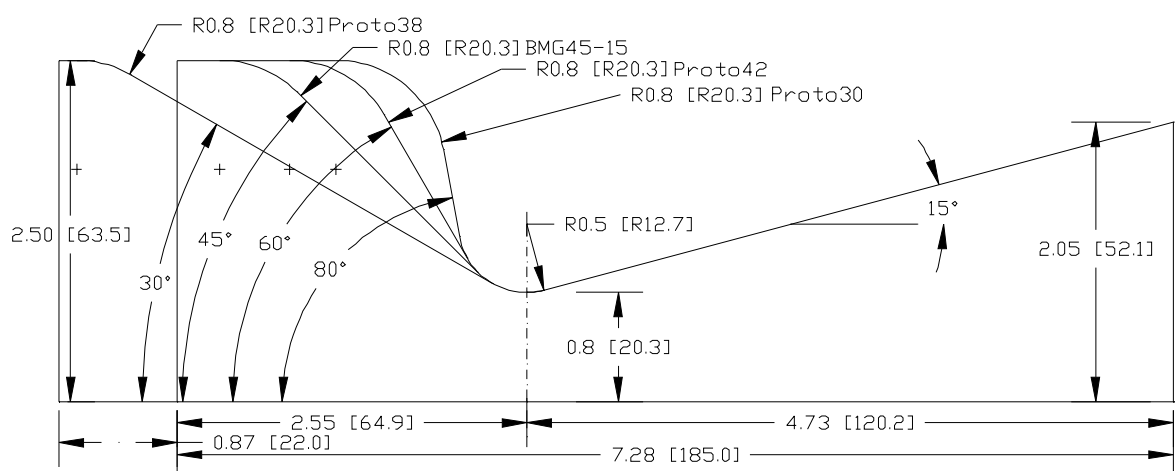
Conclui-se então que em tuberias cônicas com razão de raios 0,375, a inclinação do convergente tem influência importante nos parâmetros de desempenho, principalmente no coeficiente de empuxo.

#### 6.4.2 Tuberias com razão de raios 0,625

As tuberias avaliadas nesta subseção ainda são de baixa razão de raios, mas nesse caso 0,625. As outras características geométricas dessas tuberia são mostradas nas Figuras 6.17 e 6.18 e apresentadas na Tabela 6.4.



**Figura 6.17 – Esquema das tuberias Proto 4, Proto 23, Proto 27 e Proto 46**



**Figura 6.18 – Esquema das tuberias Proto 30, Proto 42, Proto 38, BMG45-15**

A Tabela 6.4 mostra que tanto o coeficiente de empuxo quanto o coeficiente de descarga melhoram com a redução no semiângulo convergente. Já o impulso específico se mantém inalterado. Os resultados obtidos indicam que em tubeiras com razão de raios de 0,625, a inclinação do convergente impacta nos parâmetros de desempenho. Se comparado ao que ocorreu com as tubeiras de razão de raios 0,375, vê-se que a influência do semiângulo do convergente foi menor.

**Tabela 6.4 - Comparativo das tubeiras com razão de raios 0,625**

	$R_{c1}$	$\alpha$	$R_{c2}$	$R_{c2}/R_t$	$C_D$	$C_{Fv}$	$I_{sv}$
	[mm]	[o]	[mm]	[adim]	[%]	[%]	[%]
<b>Proto 4</b>	12,7	80	12,7	0,625	-	-	-
<b>Proto 46</b>	12,7	60	12,7	0,625	0,03%	-0,02%	0,00%
<b>Proto 23</b>	12,7	45	12,7	0,625	0,08%	0,06%	0,00%
<b>Proto 27</b>	12,7	30	12,7	0,625	0,22%	0,19%	-0,01%
<b>Proto 30</b>	20,3	80	12,7	0,625	-	-	-
<b>Proto 42</b>	20,3	60	12,7	0,625	0,01%	-0,03%	0,00%
<b>BMG45-15</b>	20,3	45	12,7	0,625	0,06%	0,06%	0,00%
<b>Proto 38</b>	20,3	30	12,7	0,625	0,24%	0,22%	-0,01%

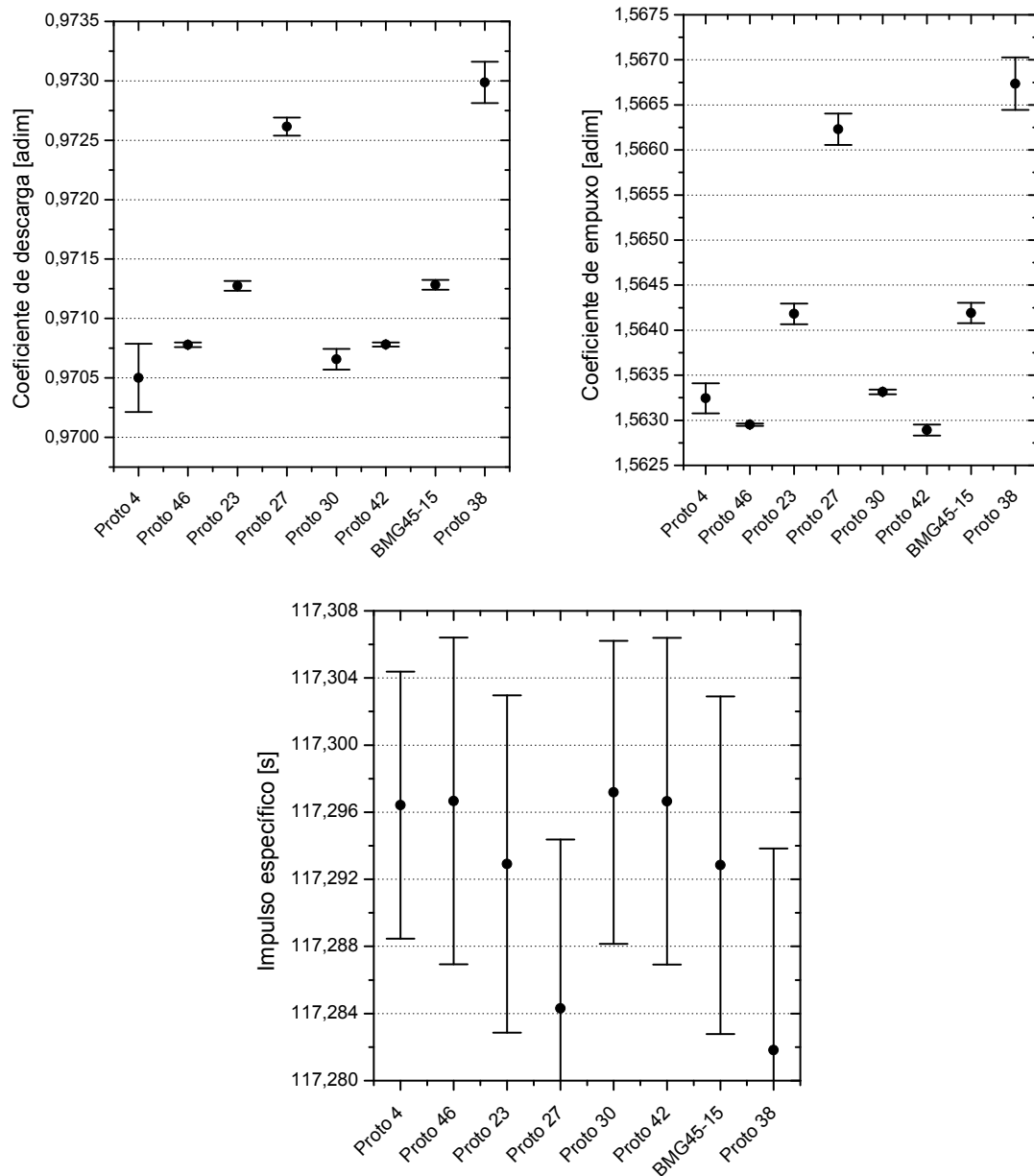
A Tabela 6.5 faz um comparativo entre pares de tubeiras. Cada par tem como única diferença o raio  $R_{c1}$ . Os parâmetros são apresentados como diferença relativa entre os dados, tendo como referência sempre a primeira tubeira. Por esta tabela percebe-se que o raio  $R_{c1}$  não tem influência sobre o funcionamento deste grupo de tubeiras, reforçando o que foi visto nas seções anteriores.

**Tabela 6.5 - Impacto do raio  $R_{c1}$  em tubeiras com razão de raios 0,625**

	$R_{c1}$	$\alpha$	$R_{c2}$	$R_{c2}/R_t$	$C_D$	$C_{Fv}$	$I_{sv}$
	[mm]	[o]	[mm]	[adim]	[%]	[%]	[%]
<b>Proto 4</b>	12,7	80	12,7	0,625	-	-	-
<b>Proto 30</b>	20,3	80	12,7	0,625	0,02%	0,00%	0,00%
<b>Proto 46</b>	12,7	60	12,7	0,625	-	-	-
<b>Proto 42</b>	20,3	60	12,7	0,625	0,00%	0,00%	0,00%
<b>Proto 23</b>	12,7	45	12,7	0,625	-	-	-
<b>BMG45-15</b>	20,3	45	12,7	0,625	0,00%	0,00%	0,00%
<b>Proto 27</b>	12,7	30	12,7	0,625	-	-	-
<b>Proto 38</b>	20,3	30	12,7	0,625	0,04%	0,03%	0,00%

A Figura 6.19 apresenta os parâmetros de desempenho nas tubeiras com razão de raios 0,625. Apesar do gráfico do impulso específico parecer indicar uma

redução importante neste parâmetro, este é apenas um efeito da escala, que causa essa impressão. O impulso específico tem uma variação muito baixa, 0,01% em relação à referência ao reduzir a inclinação do convergente.

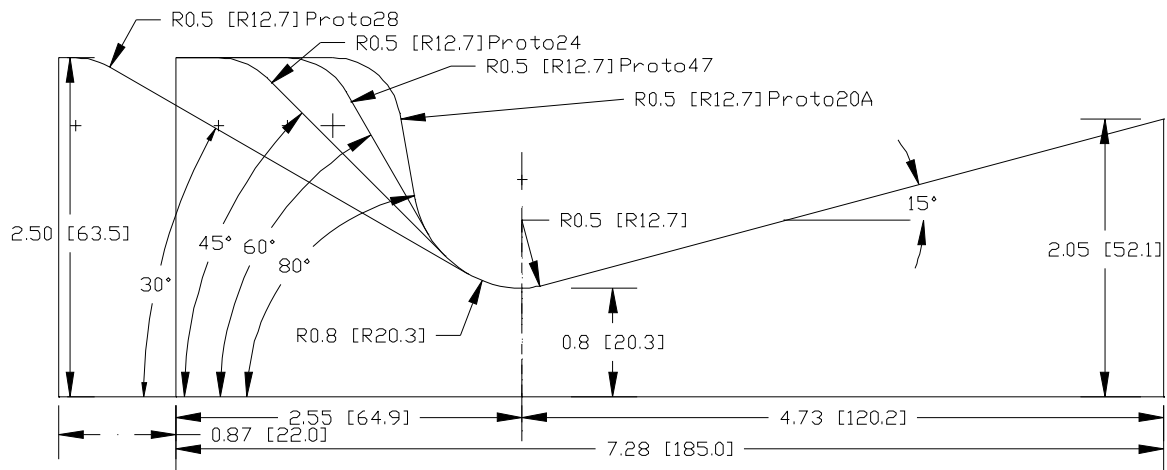


**Figura 6.19 – Parâmetros de desempenho das tubeiras Proto 4, proto 23, Proto 27, Proto 30, Proto 38, Proto 42, Proto 46 e BMG45-15**

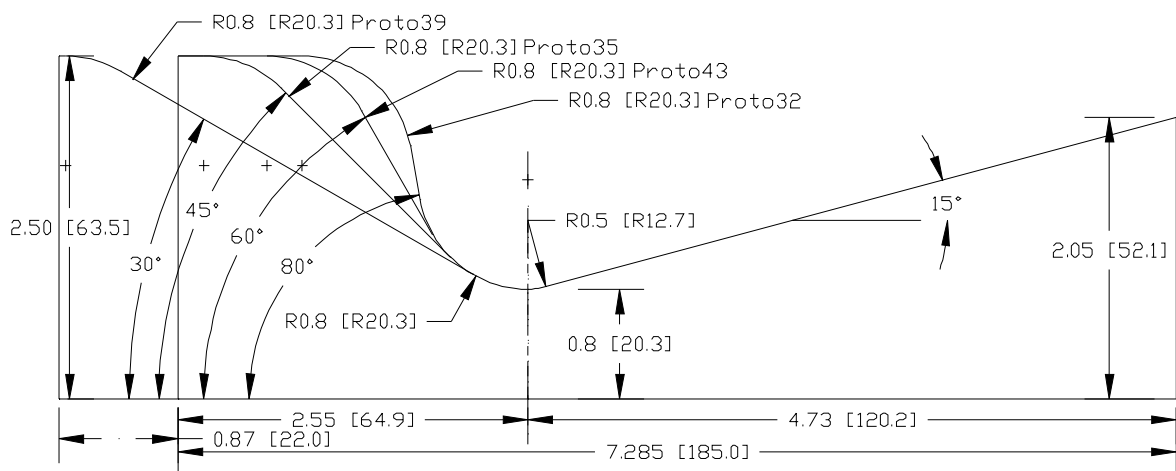
A conclusão é que em tubeiras cônicas com razão de raios 0,625 a inclinação do convergente tem influência importante nos parâmetros de desempenho da tubeira.

### 6.4.3 Tubeiras com razão de raios 1,0

As tubeiras avaliadas nessa subseção têm razão de raios de 1,0. Para esta categoria foram geradas oito tubeiras, cujas características geométricas são mostradas nas Figuras 6.20 e 6.21 e apresentadas na Tabela 6.6.



**Figura 6.20 – Esquema tubeiras Proto 20A, Proto 24, Proto 28 e Proto 47**



**Figura 6.21 – Esquema das tubeiras Proto 32, Proto 35, Proto 39 e Proto 43**

Os resultados apresentados na Tabela 6.6 indicam que em tubeiras de razão de raios 1,0, a inclinação do convergente não afeta os parâmetros de desempenho da tubeira.

Tabela 6.6 – Comparativo de tubeiras com razão de raios 1,0

	$R_{c1}$	$\alpha$	$R_{c2}$	$R_{c2}/R_t$	$C_D$	$C_{Fv}$	$I_{sv}$
	[mm]	[o]	[mm]	[adim]	[%]	[%]	[%]
<b>Proto 20A</b>	12,7	80	20,3	1	-	-	-
<b>Proto 47</b>	12,7	60	20,3	1	0,00%	0,01%	0,00%
<b>Proto 24</b>	12,7	45	20,3	1	0,01%	0,02%	0,00%
<b>Proto 28</b>	12,7	30	20,3	1	0,05%	0,06%	0,00%
<b>Proto 32</b>	20,3	80	20,3	1	-	-	-
<b>Proto 43</b>	20,3	60	20,3	1	0,00%	0,01%	0,00%
<b>Proto 35</b>	20,3	45	20,3	1	0,01%	0,02%	0,00%
<b>Proto 39</b>	20,3	30	20,3	1	0,05%	0,06%	0,00%

A comparação dos resultados apresentados pelas Tabelas 6.2, 6.4 e 6.6, mostram uma tendência de que, à medida que a razão de raios aumenta, o semiângulo do convergente passa a afetar menos os parâmetros de desempenho da tubeira.

A Tabela 6.7 mostra que o efeito do raio  $R_{c1}$  nos parâmetros de desempenho de tubeiras com razão de raios 1,0, e semiângulos de convergente de 30°, 45°, 60° e 80°, é nulo.

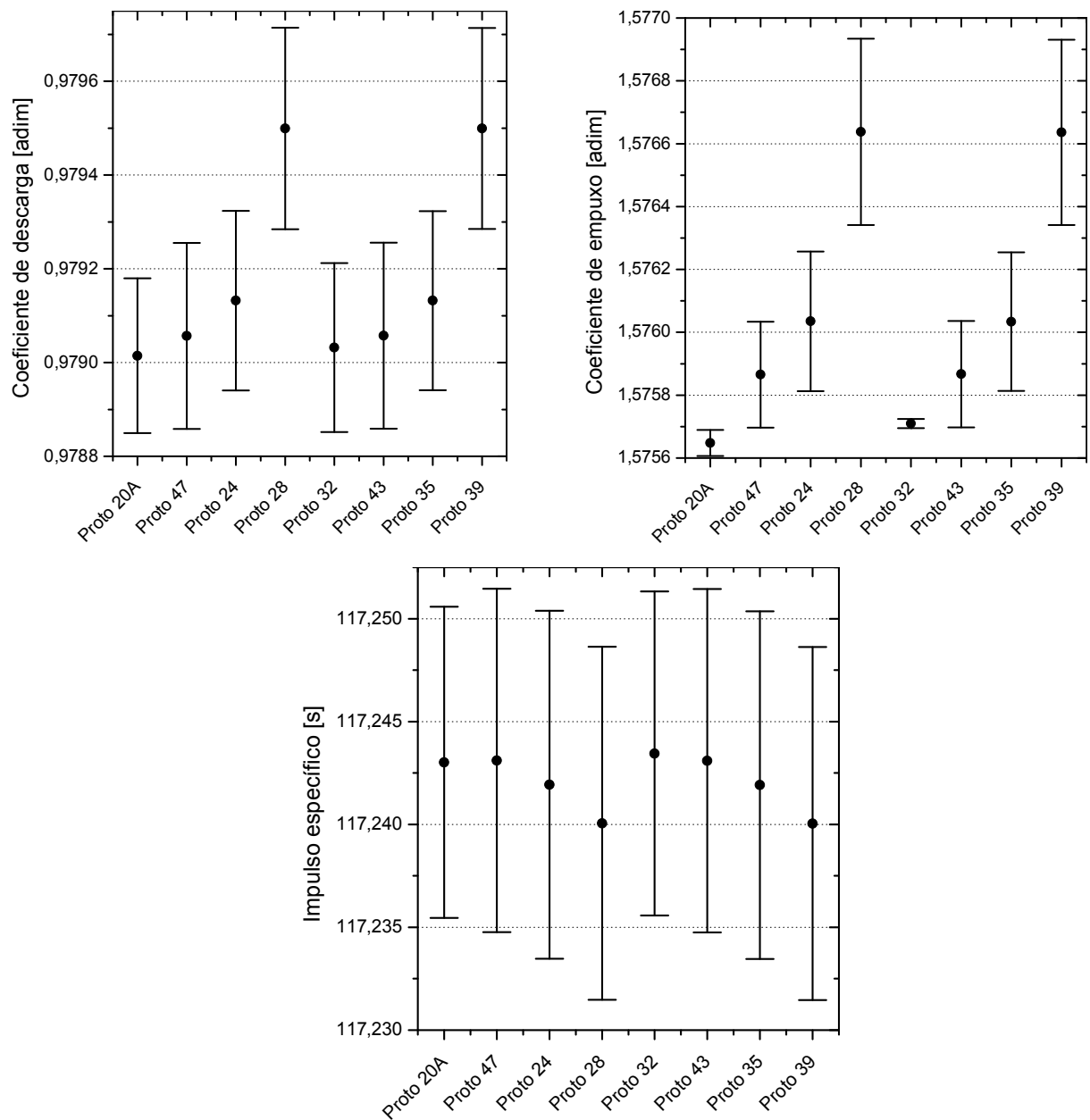
Tabela 6.7 – Impacto do raio  $R_{c1}$  para tubeiras com razão de raios 1,0

	$R_{c1}$	$\alpha$	$R_{c2}$	$R_{c2}/R_t$	$C_D$	$C_{Fv}$	$I_{sv}$
	[mm]	[o]	[mm]	[adim]	[%]	[%]	[%]
<b>Proto 20A</b>	12,7	80	20,3	1	-	-	-
<b>Proto 32</b>	20,3	80	20,3	1	0,00%	0,00%	0,00%
<b>Proto 47</b>	12,7	60	20,3	1	-	-	-
<b>Proto 43</b>	20,3	60	20,3	1	0,00%	0,00%	0,00%
<b>Proto 24</b>	12,7	45	20,3	1	-	-	-
<b>Proto 35</b>	20,3	45	20,3	1	0,00%	0,00%	0,00%
<b>Proto 28</b>	12,7	30	20,3	1	-	-	-
<b>Proto 39</b>	20,3	30	20,3	1	0,00%	0,00%	0,00%

A Figura 6.22 apresenta os parâmetros de desempenho e suas incertezas numéricas estimadas. Os coeficientes de empuxo e descarga, que para o caso das tubeiras com razões de raio 0,375 e 0,625 tinham certa diferença entre as tubeiras comparadas, agora ficam muito próximos, entrando nas regiões de incertezas numéricas.

Com os dados apresentados pode-se concluir que a inclinação do convergente cônico não afeta o comportamento de tubeiras com razões de raio 1,0.

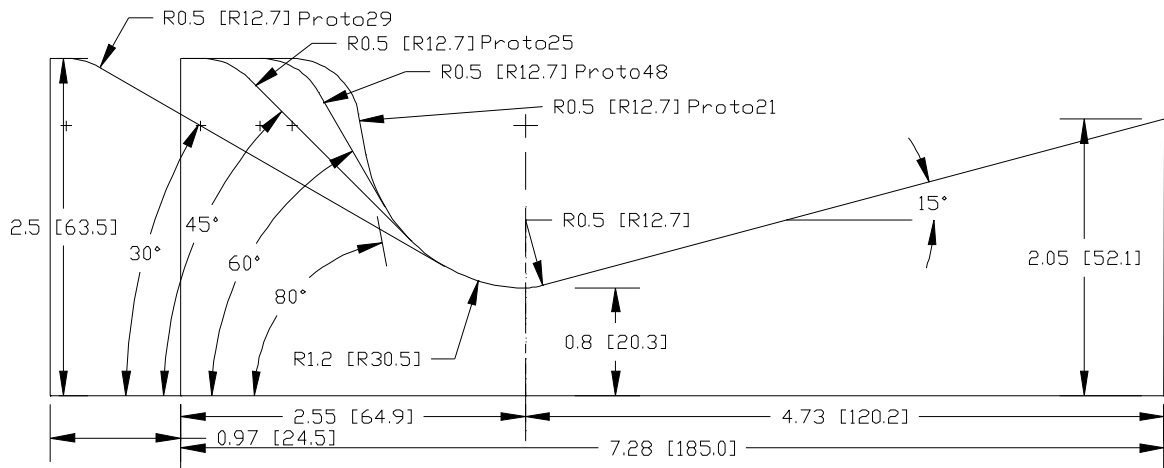




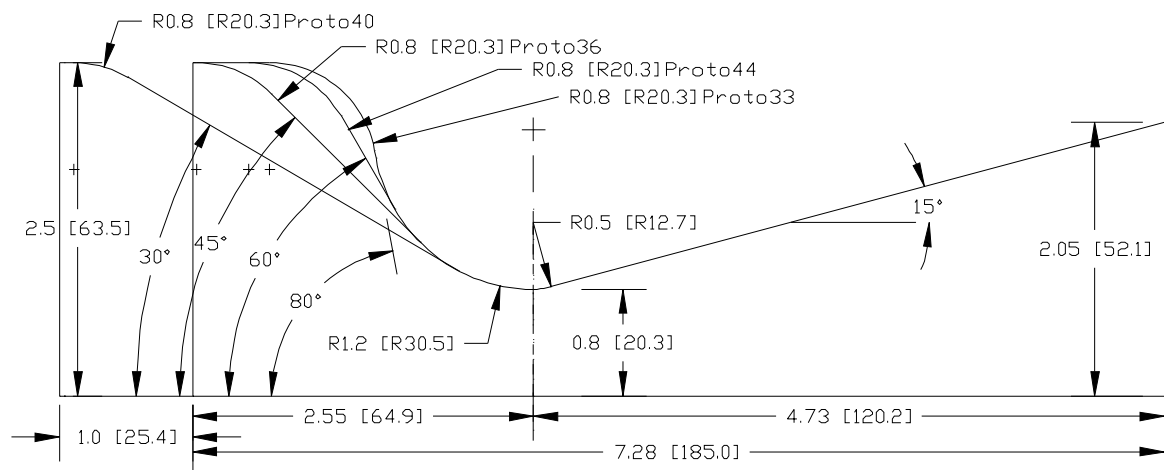
**Figura 6.22 – Parâmetros de performance das tubeiras proto 20A, Proto 24, Proto 28, Proto 32, Proto 35, Proto 39 e Proto 43**

#### 6.4.4 Tubeiras com razão de raios 1, 5

As tubeiras desta subseção têm razão de raios 1,5. Para esta categoria foram geradas oito tubeiras, cujas características geométricas são apresentadas nas Figuras 6.23 e 6.24 e na Tabela 6.8.



**Figura 6.23 – Esquema das tubeiras Proto 21, Proto 25, Proto 29 e Proto 48**



**Figura 6.24 – Esquema das tubeiras Proto 33, Proto 36, Proto 40 e Proto 44**

A Tabela 6.8 mostra a variação dos parâmetros de desempenho à medida que o semiângulo do convergente varia, evidenciando a indiferença destes parâmetros à variação da inclinação do convergente em tubeiras com razão de raios 1,5. Os resultados obtidos confirmam a tendência de redução do efeito do convergente à medida que a razão de raios aumenta. Tendência esta que já vinha sendo evidenciada nas tubeiras de razão de raios 0,375, 0,625 e 1,0.

Tabela 6.8 – Comparativo das tubeiras com razão de raios 1,5

	$R_{c1}$	$\alpha$	$R_{c2}$	$R_{c2}/R_t$	$C_D$	$C_{Fv}$	$I_{sv}$
	[mm]	[o]	[mm]	[adim]	[%]	[%]	[%]
<b>Proto 21</b>	12,7	80	30,5	1,5	-	-	-
<b>Proto 48</b>	12,7	60	30,5	1,5	0,00%	0,00%	0,00%
<b>Proto 25</b>	12,7	45	30,5	1,5	0,00%	0,00%	0,00%
<b>Proto 29</b>	12,7	30	30,5	1,5	0,01%	0,01%	0,00%
<b>Proto 33</b>	20,3	80	30,5	1,5	-	-	-
<b>Proto 44</b>	20,3	60	30,5	1,5	0,00%	0,00%	0,00%
<b>Proto 36</b>	20,3	45	30,5	1,5	0,00%	0,00%	0,00%
<b>Proto 40</b>	20,3	30	30,5	1,5	0,01%	0,01%	0,00%

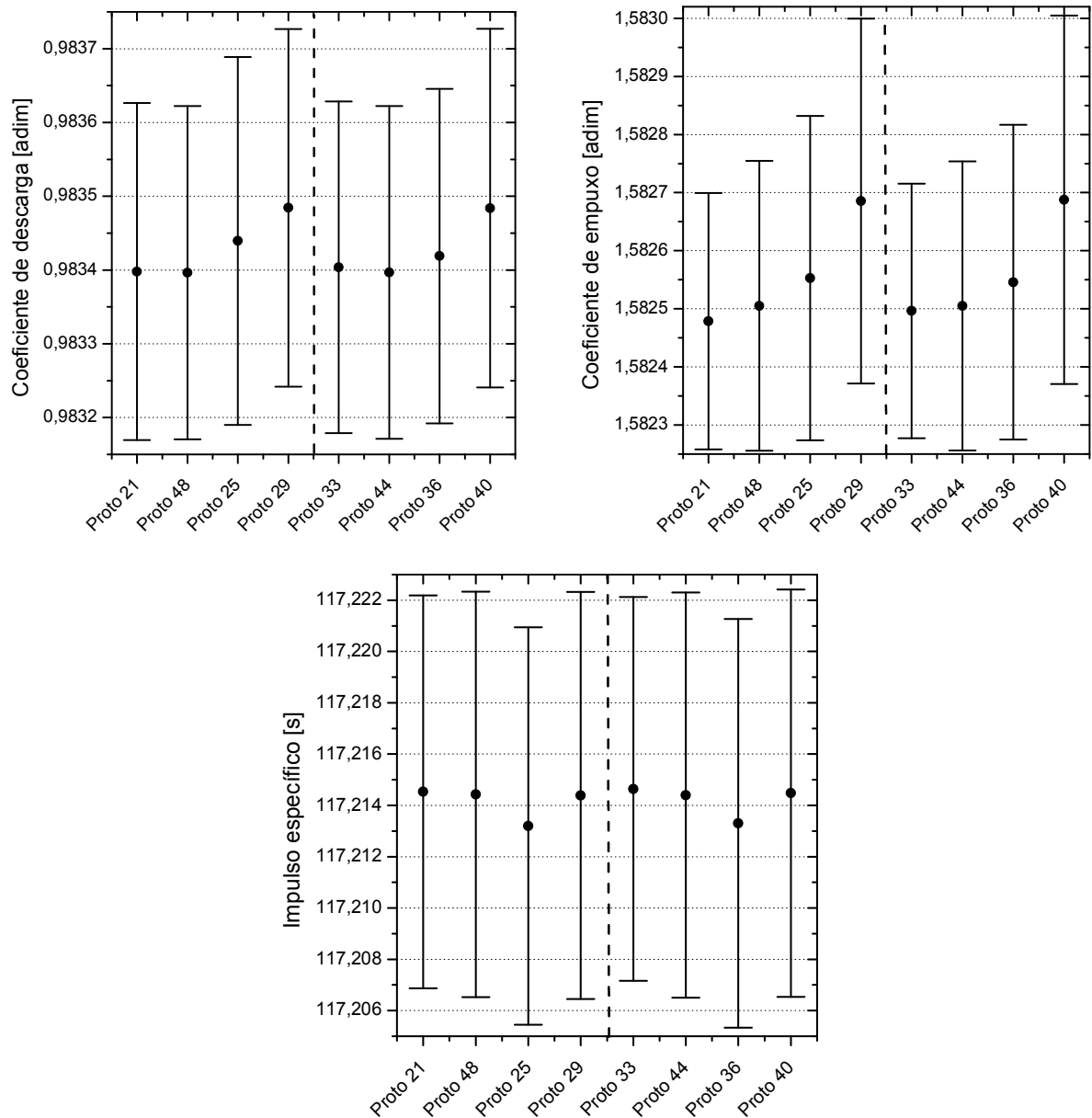
A Tabela 6.9 mostra que o raio  $R_{c1}$  também não tem influência sobre os parâmetros de desempenho em tubeiras com razão de raios 1,5 e inclinação do convergente de 30°, 45°, 60° e 80°.

Tabela 6.9 – Efeito do raio  $R_{c1}$  em tubeiras com razão de raios 1,5

	$R_{c1}$	$\alpha$	$R_{c2}$	$R_{c2}/R_t$	$C_D$	$C_{Fv}$	$I_{sv}$
	[mm]	[o]	[mm]	[adim]	[%]	[%]	[%]
<b>Proto 21</b>	12,7	80	30,5	1,5	-	-	-
<b>Proto 33</b>	20,3	80	30,5	1,5	0,00%	0,00%	0,00%
<b>Proto 48</b>	12,7	60	30,5	1,5	-	-	-
<b>Proto 44</b>	20,3	60	30,5	1,5	0,00%	0,00%	0,00%
<b>Proto 25</b>	12,7	45	30,5	1,5	-	-	-
<b>Proto 36</b>	20,3	45	30,5	1,5	0,00%	0,00%	0,00%
<b>Proto 29</b>	12,7	30	30,5	1,5	-	-	-
<b>Proto 40</b>	20,3	30	30,5	1,5	0,00%	0,00%	0,00%

E finalmente, a Figura 6.25 mostra os parâmetros de desempenho graficamente, apresentando também seus valores numéricos e suas incertezas numéricas estimadas.

Conclui-se que para tubeiras cônicas com razão de raios 1,5 o efeito do semiângulo do convergente cônico é irrelevante.



**Figura 6.25 – Parâmetros de desempenho das tubeiras Proto 21, Proto 25, Proto 29, Proto 33, Proto 36, Proto 40, Proto 44 e Proto 48**

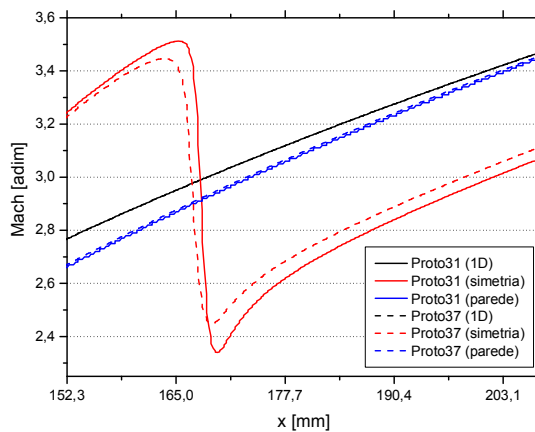
#### 6.4.5 Conclusões sobre o efeito da inclinação do convergente

As avaliações a seguir foram feitas com base em alguns pares de tubeiras. Foram consideradas a melhor e a pior tubeiras, em termos de coeficiente de empuxo, para razão de raios 0,375, 0,625 e 1,0. Tubeiras com razão de raios 1,5 não foram incluídas pois têm resultados similares às tubeiras com razão de raios 1,0. As tubeiras avaliadas são as apresentadas na Tabela 6.10.

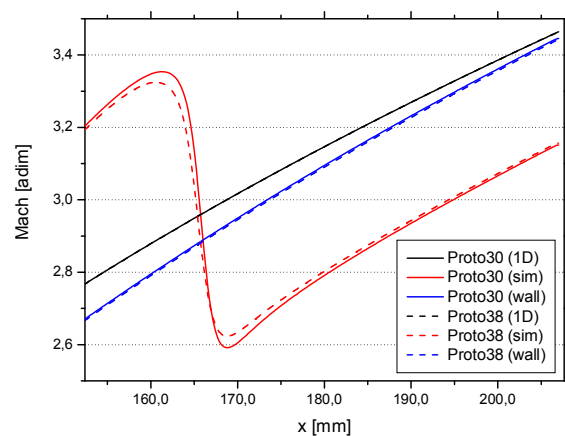
Tabela 6.10 – Características das tubeiras avaliadas

Razão de raios	Razão de raios	
	30°	80°
	0,375	0,625
	Proto 37	Proto 31
	Proto 38	Proto 30
	Proto 39	Proto 32

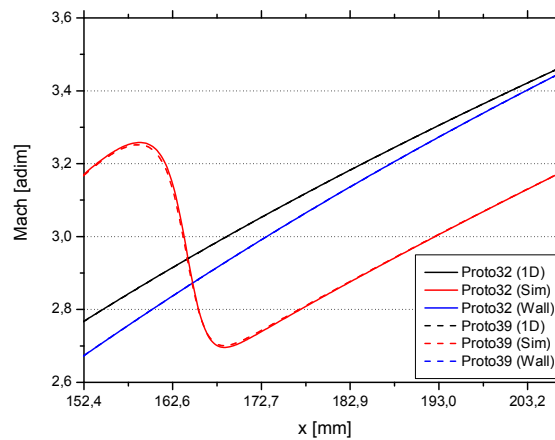
A Figura 6.26 mostra os campos de Mach na saída das tubeiras, tanto na linha de simetria quanto na parede, assim como os valores da solução quase unidimensional. A Figura 6.26 (a) mostra as tubeiras com razão de raios 0,375, a (b) as de razão de raios 0,625 e a (c) com razão 1,0. Em cada uma das figuras a primeira tubeira tem semiângulo de convergente de 80° e a segunda tem 30°.



(a) Proto 31 x Proto37



(b) Proto 30 x Proto 38



(c) Proto 32 x Proto 39

Figura 6.26 - Valores do número de Mach no eixo de simetria e na parede, e solução quase unidimensional na região de saída das tubeiras

A variação do Mach no eixo de simetria, como se apresenta nas Figura 6.26 (a), (b) e (c), é devido à onda de choque oblíqua que surge na parede, no ponto de transição entre a região curva da garganta e o cone do divergente, e se propaga até atingir o eixo de simetria. É possível verificar na Figura 6.26 (a), que a tubeira com semiângulo de  $30^\circ$  (Proto 37) tem uma onda de choque de menor intensidade, no eixo de simetria, que a tubeira com semiângulo de  $80^\circ$  (Proto 31). Menor intensidade corresponde à menor redução do Mach do escoamento ao passar pela onda de choque. O resultado dessa onda de choque de menor intensidade na Proto 37 é que o Mach na saída da tubeira, no eixo de simetria, é maior para essa tubeira. Como a Proto 31 e a Proto 37 têm o valor de Mach na parede, na saída da tubeira, muito próximos, indica que a Proto 37 tem um campo de Mach, na seção de saída, maior que a tubeira Proto 31. Isso explica o coeficiente de empuxo 0,61% melhor da tubeira Proto 37 em relação à Proto 31. Este comportamento também aparece nas Figuras 6.26b e 6.26c, mas com menor intensidade, sendo que na Figura 6.26c a diferença do Mach no eixo de simetria, na saída da tubeira, entre as duas tubeiras, é praticamente imperceptível, confirmando as conclusões até aqui, de que à medida que a razão de raios aumenta, a influência da inclinação do convergente nos parâmetros de desempenho diminui.

Este impacto do raio de curvatura ( $R_{c2}$ ) na intensidade da onda de choque já havia sido identificado por Pirumov, Roslyakov e Sukhorukov (1974, p. 416). Segundo os autores, essa onda de choque tem início no ponto de transição da curvatura da garganta e do perfil divergente, gerando uma onda de compressão que resulta em uma onda de choque, aumentando de intensidade à medida que se aproxima do eixo de simetria. Ao refletir no eixo de simetria esta onda vai diminuindo de intensidade. Os autores indicam que a intensidade da onda de choque aumenta com a redução do raio de curvatura ( $R_{c2}$ ), comportamento que se confirma ao comparar as tubeiras Proto 31 e 37 (Figura 6.26a), e as tubeiras Proto 32 e 39 (Figura 6.26c), de maior raio de curvatura.

Verificou-se então que a intensidade da onda de choque oblíqua no divergente afeta o padrão do escoamento na saída, impactando os parâmetros de desempenho avaliados. Vale então investigar como a inclinação do convergente afeta a intensidade dessa onda de choque oblíqua que surge no divergente.

As Figuras 6.27 (a), (b) e (c) mostram a linha sônica nas tubeiras avaliadas. É possível verificar que em tubeiras de menor razão de raios (Protos 31 e 37) o

efeito do semiângulo do convergente é mais acentuado que em tubeiras de maior razão de raios (Protos 30, 38, 32 e 39). Na Figura 6.27 (a) a linha sônica da tubeira com semiângulo de 80° (Proto 31) tem curvatura maior que a de semiângulo de 30° (Proto 37), ou seja, a linha sônica da Proto 31 atinge a parede antes e a linha de simetria depois que a linha sônica da Proto 37.

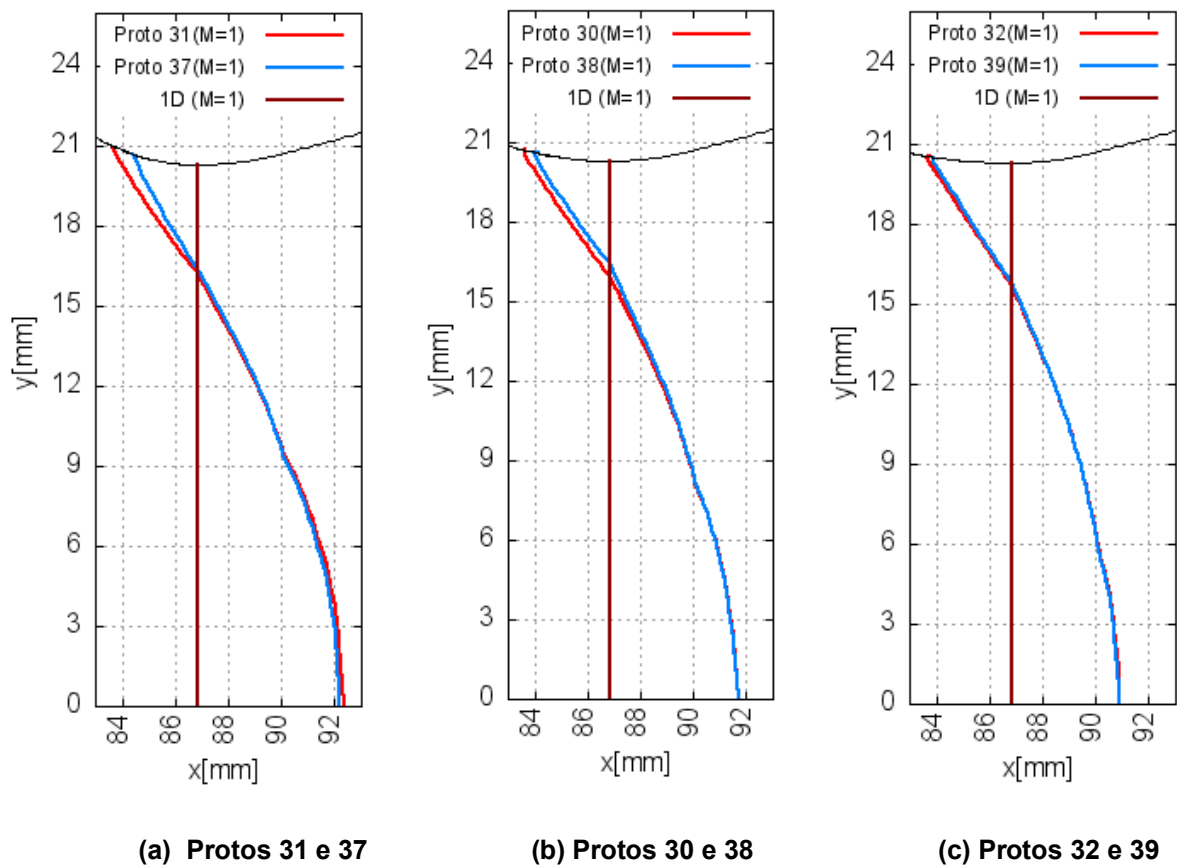
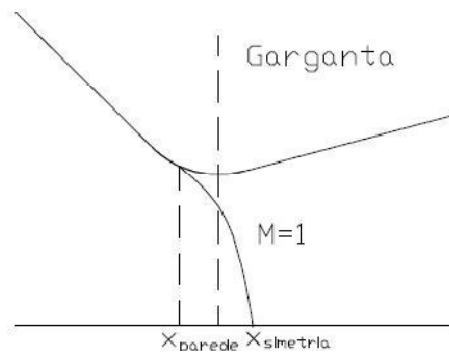


Figura 6.27 – Linha Sônica (M=1)

Considerando que a linha sônica tem a forma dada pela Figura 6.28, a Tabela 6.11 apresenta a amplitude da linha sônica em cada tubeira. Considerando esta amplitude como

$$Amplitude = x_{simetria} - x_{parede} \quad (6.1)$$



**Figura 6.28 – Esquema das coordenadas da linha sônica na parede e no eixo de simetria**

A Figura 6.27a e a Tabela 6.11 mostram que, em tubeira de baixa razão de raios, o aumento da inclinação do convergente move a linha sônica, no eixo de simetria, na direção da saída da tubeira. Esse resultado havia sido verificado por Hopkins e Hill (1966, p. 1341). A diferença do resultado de Hopkins e Hill (1966) é que os autores indicam uma variação pequena da posição da linha sônica na parede, quando o que se percebe é que a variação da localização na parede é maior que no eixo de simetria.

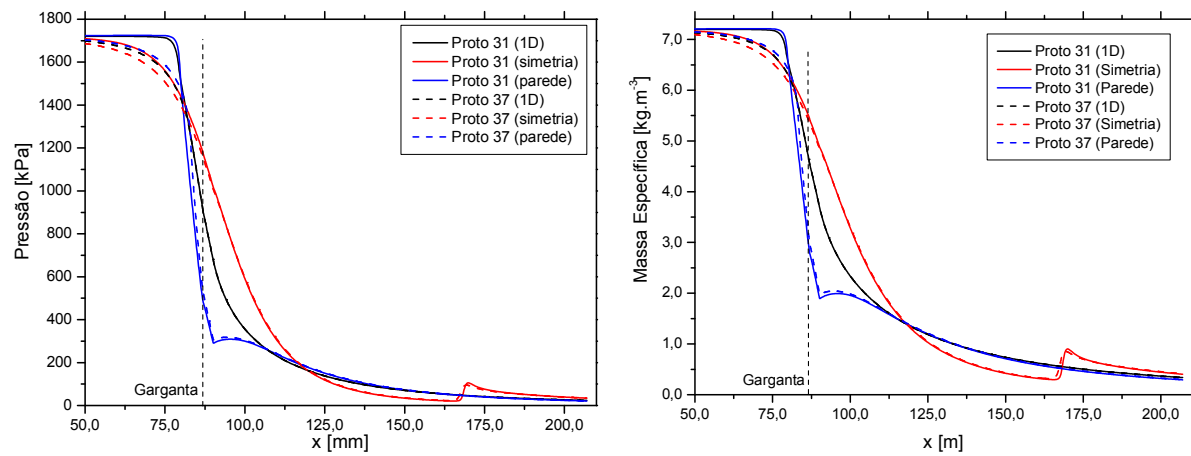
A Tabela 6.11 mostra que a amplitude (curvatura) da linha sônica é maior em tubeiras com maior ângulo de inclinação do convergente. Ou seja, a inclinação do convergente afeta o padrão de escoamento na garganta.

**Tabela 6.11 - Posição da linha sônica na parede e na linha de simetria com  $x=0$  na garganta**

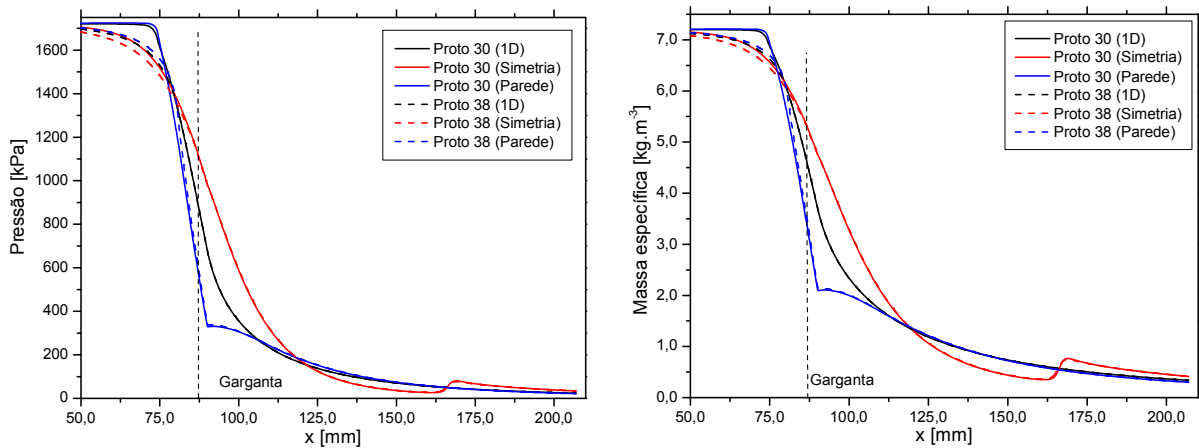
	$R_{c1}$	$\alpha$	$R_{c2}$	$R_{c2}/R_t$	$x_{parede}$	$x_{simetria}$	Amplitude
	[mm]	[o]	[mm]	[adim]	[mm]	[mm]	[mm]
<b>Proto 31</b>	20,3	80	7,6	0,375	-3,29	5,54	8,83
<b>Proto 37</b>	20,3	30	7,6	0,375	-2,44	5,35	7,79
<b>Proto 30</b>	20,3	80	12,7	0,625	-3,92	4,81	8,73
<b>Proto 38</b>	20,3	30	12,7	0,625	-3,41	4,78	8,20
<b>Proto 32</b>	20,3	80	20,3	1	-3,21	4,05	7,26
<b>Proto 39</b>	20,3	30	20,3	1	-3,02	4,05	7,05

A seguir são apresentadas, nas Figuras 6.29 a 6.31, as distribuições de pressões e massa específica nas tubeiras avaliadas.

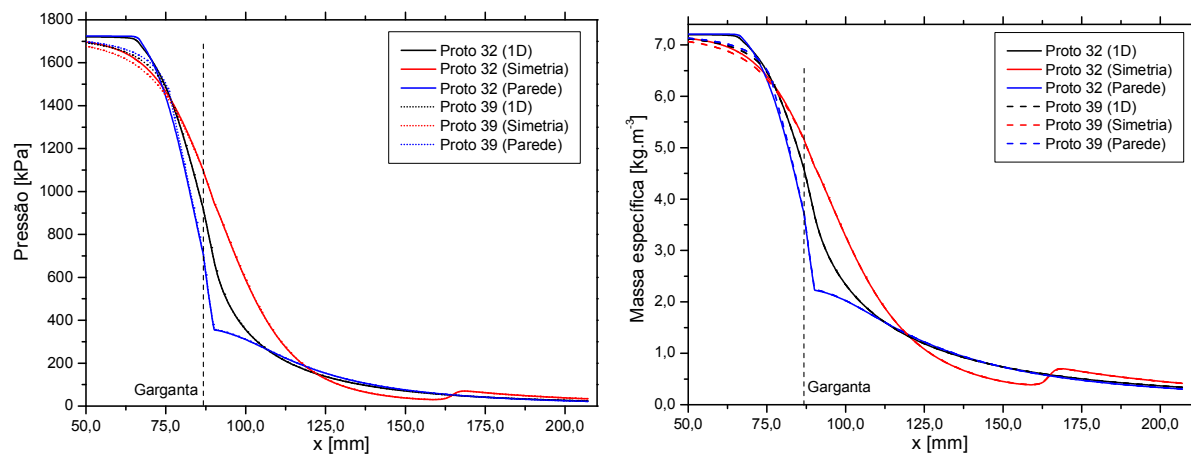




**Figura 6.29 – Distribuição de pressão e massa específica na parede, no eixo de simetria e solução quase unidimensional para Proto 31 e Proto 37**



**Figura 6.30 - Distribuição de pressão e massa específica na parede, no eixo de simetria e solução quase unidimensional para Proto 30 e Proto 38**



**Figura 6.31 - Distribuição de pressão e massa específica na parede, no eixo de simetria e solução quase unidimensional para Proto 32 e Proto 39**

Analisando as distribuições de pressões nas Figuras 6.29 a 6.31 verifica-se que tubeiras com menor razão de raios (Figura 6.29) têm uma elevação da pressão logo após a garganta. Esse aumento da pressão resulta em onda de compressão e onda de choque mais intensas, que como visto anteriormente impactam no campo de Mach da saída e consequentemente no coeficiente de empuxo. Para as tubeiras de maior razão de raios (Figura 6.31) existe uma pequena elevação da pressão, que resulta em uma onda de compressão/choque de menor intensidade, impactando menos os parâmetros de desempenho.

## 6.5 Efeito do raio de curvatura $R_{c2}$ em tubeiras com baixa razão de raios

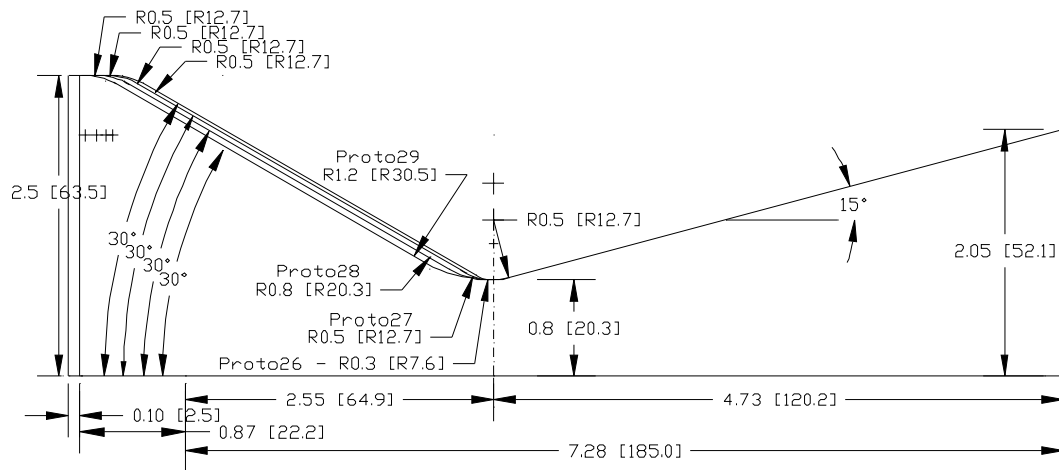
A última característica geométrica avaliada no trabalho foi a do raio de curvatura da garganta na região do convergente ( $R_{c2}$ ). Para realizar esta etapa foram usadas tubeiras já apresentadas na seção anterior, mas agora com foco no efeito desta característica geométrica.

Foram avaliados quatro raios de curvatura ( $R_{c2}$ ), que resultaram em razões de raio 0,375, 0,625, 1 e 1,5. Outros parâmetros que variaram foram a inclinação do convergente, com o semiângulo assumindo os valores 30°, 45°, 60° e 80°, e o raio de curvatura na entrada da tubeira ( $R_{c1}$ ), entre o *plenum* e o convergente, que assumiu os valores 12,7 mm (0,5") e 20,3 mm (0,8").

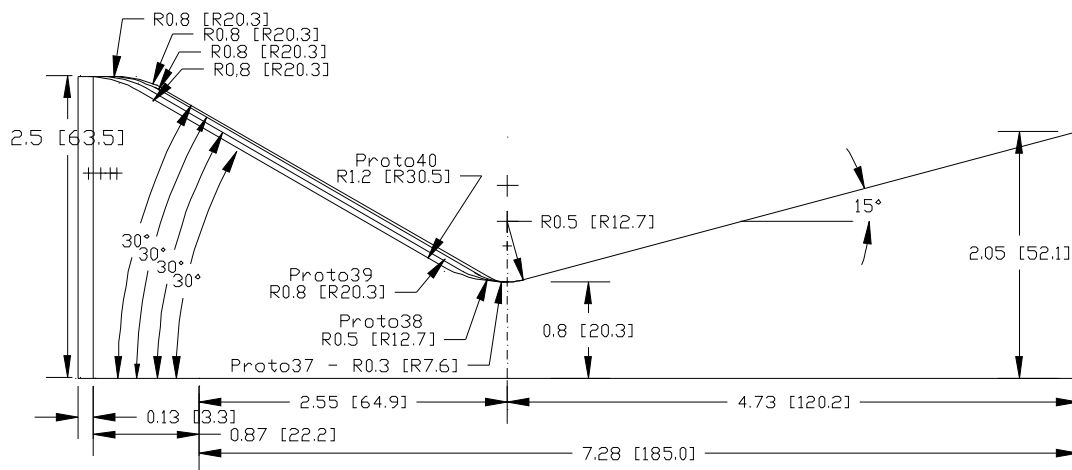
A variação destas características geométricas resultou em 32 tubeiras, que foram agrupadas de tal forma que só o raio de curvatura  $R_{c2}$  varie e seja possível fazer as comparações necessárias.

### 6.5.1 Tubeiras com semiângulo de convergente de 30°

As tubeiras desta subseção têm semiângulo de convergente de 30°. Para esta categoria foram geradas oito tubeiras cujas características geométricas são mostradas nas Figuras 6.32 e 6.33 e apresentadas na Tabela 6.12.



**Figura 6.32 - Esquema das tubeiras Proto 26, Proto 27, Proto 28 e Proto 29**



**Figura 6.33 - Esquema das tubeiras Proto 37, Proto 38, Proto 39 e Proto 40**

A Tabela 6.12 compara os dados das tubeiras com semiângulo de 30°. Os resultados apresentados, dos parâmetros de desempenho, mostram as diferenças relativas em relação à pior tubeira em termos de empuxo, que é a de menor raio de curvatura  $R_{c2}$ . Pode-se ver que a melhora no empuxo pode chegar a 2,1% caso seja usada uma razão de raios 1,5 ao invés de 0,375, indicando um efeito importante do raio de curvatura  $R_{c2}$ .

Tabela 6.12 - Comparativo de tubeiras com semiângulo de convergente de 30°

	$R_{c1}$	$\alpha$	$R_{c2}$	$R_{c2}/R_t$	$C_D$	$C_{Fv}$	$I_{sv}$
	[mm]	[o]	[mm]	[adim]	[%]	[%]	[%]
<b>Proto 26</b>	12,7	30	7,6	0,375	-	-	-
<b>Proto 27</b>	12,7	30	12,7	0,625	0,97%	0,91%	-0,05%
<b>Proto 28</b>	12,7	30	20,3	1	1,68%	1,58%	-0,09%
<b>Proto 29</b>	12,7	30	30,5	1,5	2,10%	1,97%	-0,11%
<b>Proto 37</b>	20,3	30	7,6	0,375	-	-	-
<b>Proto 38</b>	20,3	30	12,7	0,625	1,01%	0,95%	-0,05%
<b>Proto 39</b>	20,3	30	20,3	1	1,68%	1,58%	-0,09%
<b>Proto 40</b>	20,3	30	30,5	1,5	2,10%	1,97%	-0,11%

Os coeficientes de descarga e empuxo melhoram com o aumento de  $R_{c2}$ , enquanto o impulso específico piora. Esta redução do impulso específico se deve à diferença nos aumentos (melhorias) no empuxo e na vazão mássica. Usando as tubeiras Proto 37 e Proto 40 como exemplos, o empuxo da Proto 40 melhorou 1,97% em relação à Proto 37, mas a vazão mássica (coeficiente de descarga) melhorou 2,1%, resultando em diminuição de 0,11% no impulso específico.

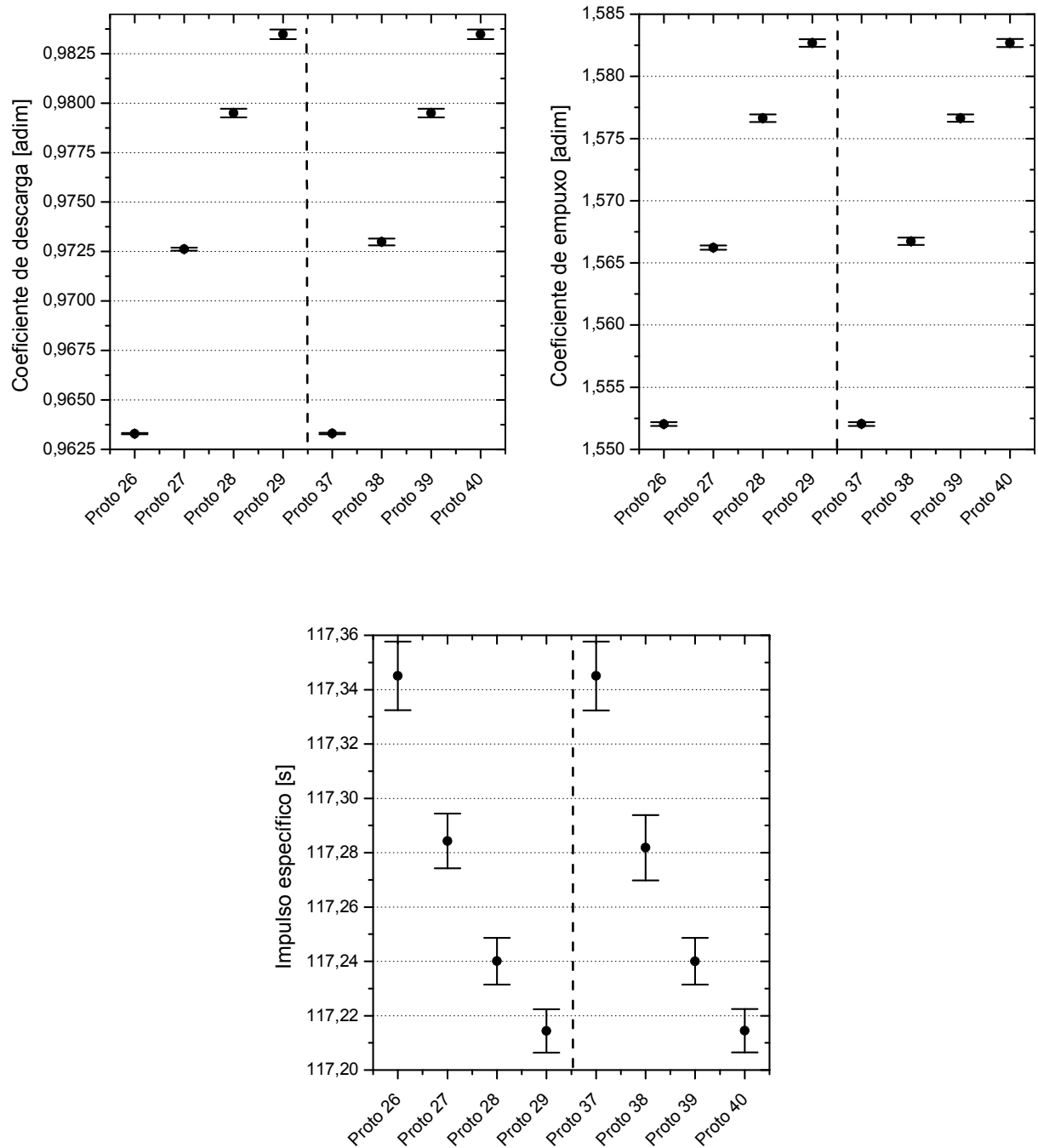
Avaliando o empuxo dinâmico, a Proto 37 tem este parâmetro 1,89% maior que a Proto 40. A composição desse com o ganho de 3,12% no empuxo devido ao desbalanceamento da pressão resultou em melhora total de 1,97% no empuxo total. Na Proto 40 o empuxo dinâmico é 94% do empuxo total, o restante é o empuxo de pressão.

A Figura 6.34 apresenta os valores dos parâmetros de desempenho avaliados e suas respectivas incertezas numéricas estimadas. Nela vê-se que os coeficientes de descarga e empuxo aumentam significativamente conforme aumenta o raio  $R_{c2}$ , enquanto o impulso específico diminui. Na Figura 6.34 as quatro primeiras tubeiras de cada figura têm raio de curvatura  $R_{c1}$  de 12,7 mm e as quatro últimas têm esse raio de 20,3 mm.

Comparando tubeiras que diferem somente no raio  $R_{c1}$ , como exemplo as Proto 26 e Proto 37, vê-se (Figura 6.34) que essa característica geométrica é irrelevante para tubeiras com semiângulo de 30° e qualquer razão de raios. A maior diferença ocorre com o coeficiente de descarga em tubeira de razão de raios 0,625, Proto 27 e Proto 38, tendo a primeira esse parâmetro 0,04% menor que a segunda.

Para outros parâmetros, em todas as outras tubeiras, os valores são menores que esse.

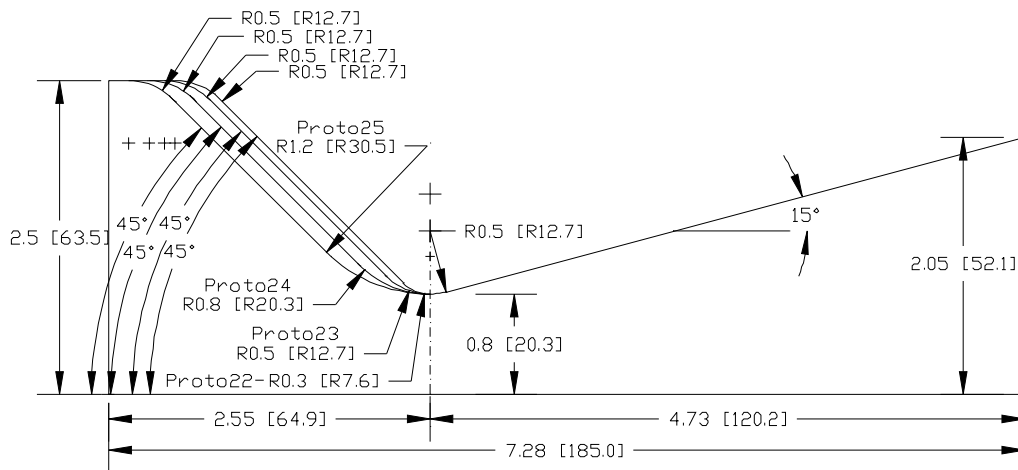
Com base nos resultados apresentados conclui-se que o raio de curvatura  $R_{c2}$  é uma característica geométrica importante para os parâmetros de desempenho avaliados em tubeiras com semiângulo de convergente de  $30^\circ$ .



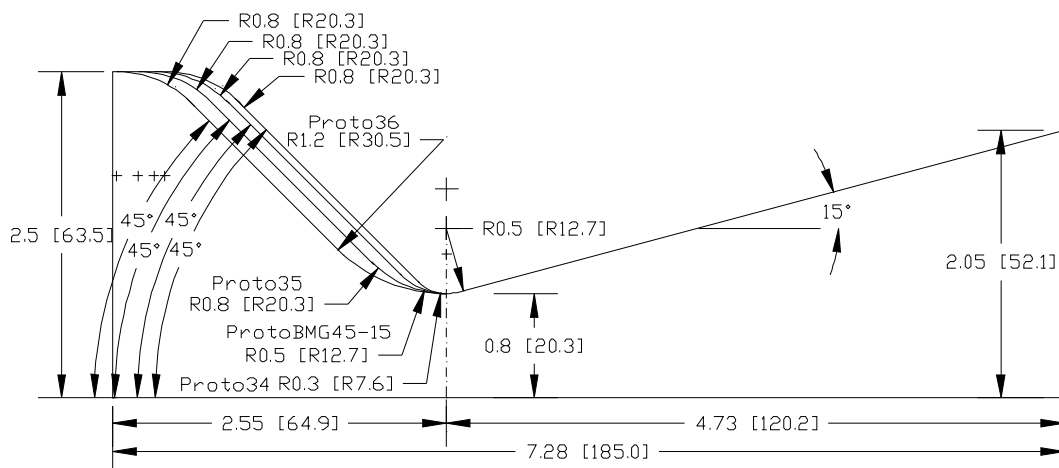
**Figura 6.34 – Parâmetros de desempenho das tubeiras Proto 26, Proto 27, Proto 28, Proto 29, Proto 37, Proto 38, Proto 39, Proto 40**

### 6.5.2 Tubeiras com semiângulo de convergente de 45°

As tubeiras desta subseção têm semiângulo de convergente de 45°. Para essa categoria foram geradas oito tubeiras cujas características geométricas são mostradas nas Figuras 6.35 e 6.36 e apresentadas na Tabela 6.13.



**Figura 6.35 - Esquema das tubeiras Proto 22, Proto 23, Proto 24 e Proto 25**



**Figura 6.36 - Esquema das tubeiras BMG45-15, Proto 34, Proto 35 e Proto 36**

Essas tubeiras se comportam como as de semiângulo de 30°, porém, o efeito do raio  $R_{c2}$  é mais acentuado. Como pode ser visto na Tabela 6.13, os ganhos

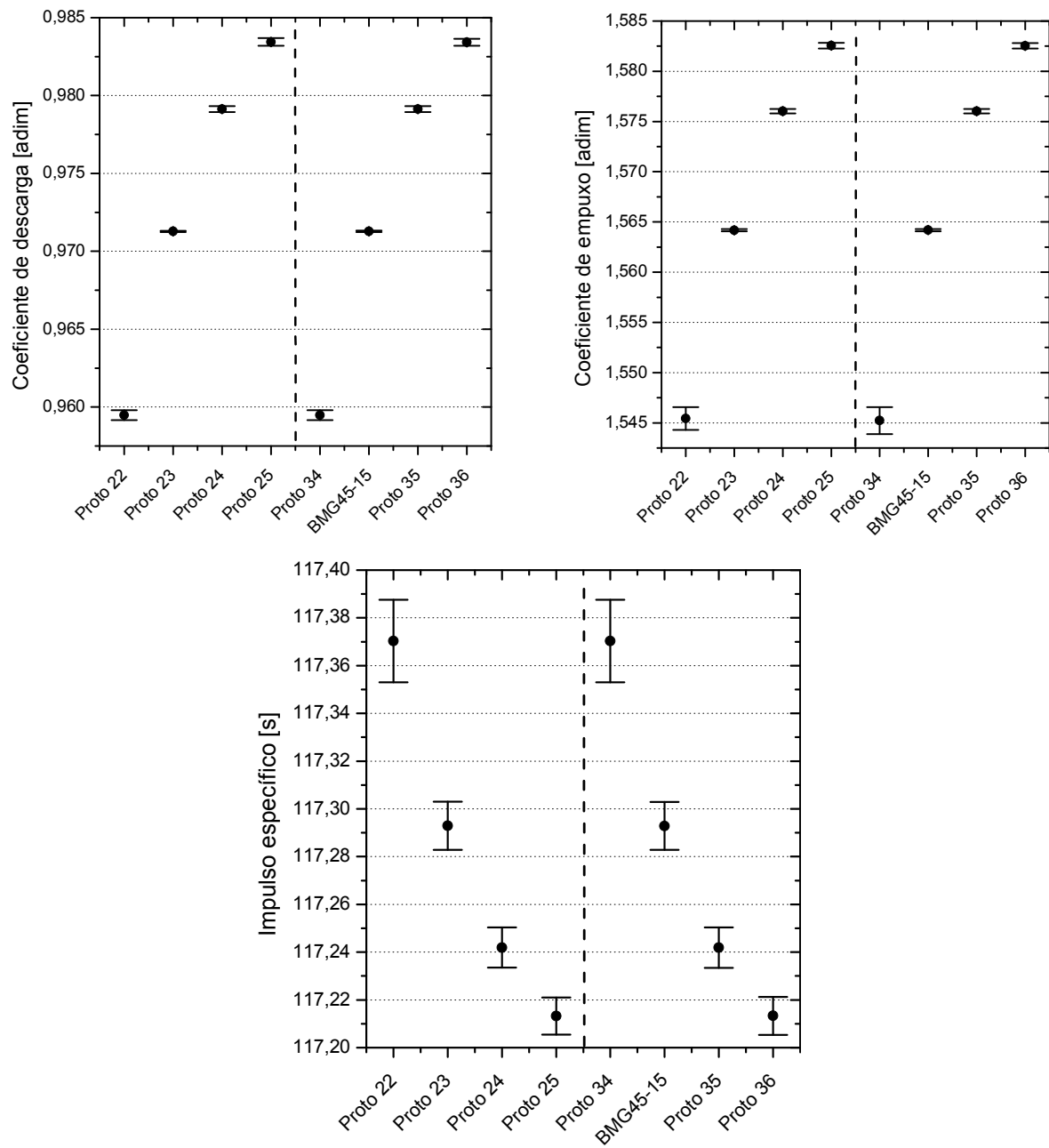
no coeficiente de descarga e coeficiente de empuxo com o aumento do raio  $R_{c2}$  são maiores que aqueles das tubeiras com semiângulo de  $30^\circ$  para o mesmo efeito. O efeito do raio  $R_{c1}$  continua sendo desprezível.

**Tabela 6.13– Comparativo de tubeiras com semiângulo de convergente de  $45^\circ$**

	$R_{c1}$	$\alpha$	$R_{c2}$	$R_{c2}/R_t$	$C_D$	$C_{Fv}$	$I_{sv}$
	[mm]	[o]	[mm]	[adim]	[%]	[%]	[%]
<b>Proto 22</b>	12,7	45	7,6	0,375	-	-	-
<b>Proto 23</b>	12,7	45	12,7	0,625	1,23%	1,21%	-0,07%
<b>Proto 24</b>	12,7	45	20,3	1	2,05%	1,98%	-0,11%
<b>Proto 25</b>	12,7	45	30,5	1,5	2,50%	2,40%	-0,13%
<b>Proto 34</b>	20,3	45	7,6	0,375	-	-	-
<b>BMG45-15</b>	20,3	45	12,7	0,625	1,23%	1,23%	-0,07%
<b>Proto 35</b>	20,3	45	20,3	1	2,05%	1,99%	-0,11%
<b>Proto 36</b>	20,3	45	30,5	1,5	2,50%	2,41%	-0,13%

A Figura 6.37 apresenta os valores dos parâmetros de desempenho e suas respectivas incertezas numéricas estimadas. As quatro primeiras tubeiras em cada gráfico têm  $R_{c1}$  de 12,7 mm (0,5") e as quatro últimas com  $R_{c1}$  de 20,3 mm (0,8").

Com base nos resultados apresentados nesta subseção conclui-se que o raio de curvatura  $R_{c2}$  é uma característica geométrica importante nos parâmetros de desempenho em tubeiras com semiângulo de  $45^\circ$ . Além disto, se comparados aos resultados da subseção anterior é possível verificar que à medida que o semiângulo aumenta, o raio de curvatura ( $R_{c2}$ ) torna-se mais impactante nos parâmetros de desempenho.



**Figura 6.37 – Parâmetros de desempenho das tuberias Proto 22, Proto 23, Proto 24, Proto 25, Proto 34, Proto 35, Proto 36 e BMG45-15**





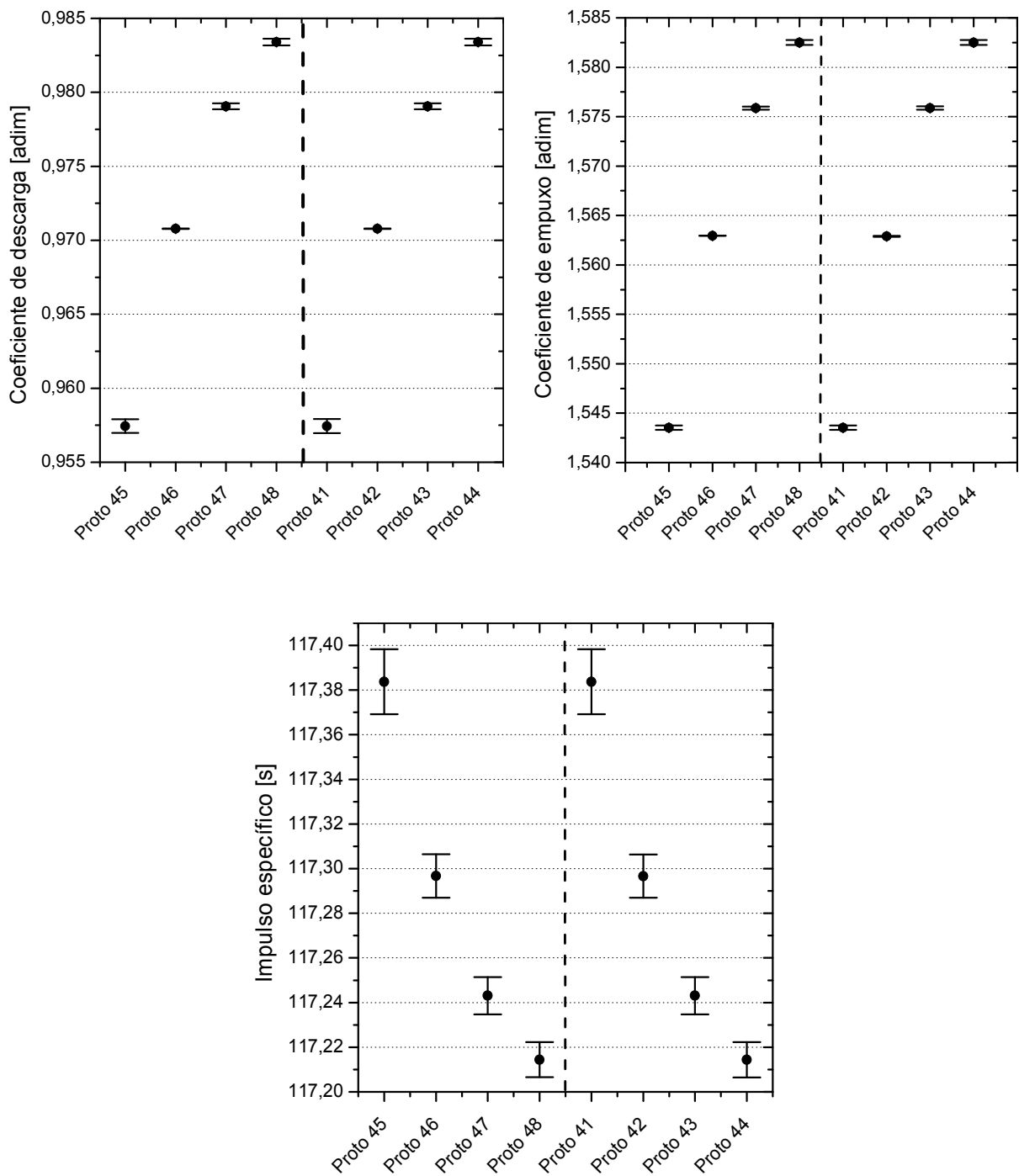
As variações nos ganhos destes parâmetros à medida que a razão de raios aumenta são os mesmos, seja para tubeiras com  $R_{c1}$  de 12,7 mm (0,5”), seja para tubeiras com  $R_{c1}$  de 20,3 mm (0,8”). Novamente o raio  $R_{c1}$  não tem efeito nos parâmetros da tubeira.

**Tabela 6.14 – Comparativo de tubeiras com semiângulo de convergente de 60°**

	$R_{c1}$	$\alpha$	$R_{c2}$	$R_{c2}/R_t$	$C_D$	$C_{Fv}$	$I_{sv}$
	[mm]	[o]	[mm]	[adim]	[%]	[%]	[%]
<b>Proto 45</b>	12,7	60	7,6	0,375	-	-	-
<b>Proto 46</b>	12,7	60	12,7	0,625	1,39%	1,26%	-0,07%
<b>Proto 47</b>	12,7	60	20,3	1	2,26%	2,09%	-0,12%
<b>Proto 48</b>	12,7	60	30,5	1,5	2,71%	2,53%	-0,14%
<b>Proto 41</b>	20,3	60	7,6	0,375	-	-	-
<b>Proto 42</b>	20,3	60	12,7	0,625	1,39%	1,25%	-0,07%
<b>Proto 43</b>	20,3	60	20,3	1	2,26%	2,09%	-0,12%
<b>Proto 44</b>	20,3	60	30,5	1,5	2,71%	2,52%	-0,14%

A Figura 6.40 apresenta os valores dos parâmetros de desempenho e suas respectivas incertezas numéricas estimadas. As quatro primeiras tubeiras têm raio  $R_{c1}$  de 12,7 mm (0,5”) e as quatro últimas têm  $R_{c1}$  de 20,3 mm (0,8”).

Com base nos resultados obtidos conclui-se que em tubeiras com semiângulo de 60° o raio de curvatura ( $R_{c2}$ ) é um parâmetro geométrico importante, impactando de forma significativa no coeficiente de empuxo e coeficientes de descarga. A tendência indicada na subseção anterior, de aumento da importância desse raio nos parâmetros de desempenho à medida que o semiângulo aumenta se confirma para esse conjunto de tubeiras.



**Figura 6.40 – Parâmetros de desempenho das tuberias Proto 41, Proto 42, Proto 43, Proto 44, Proto 45, Proto 46, Proto 47 e Proto 48**



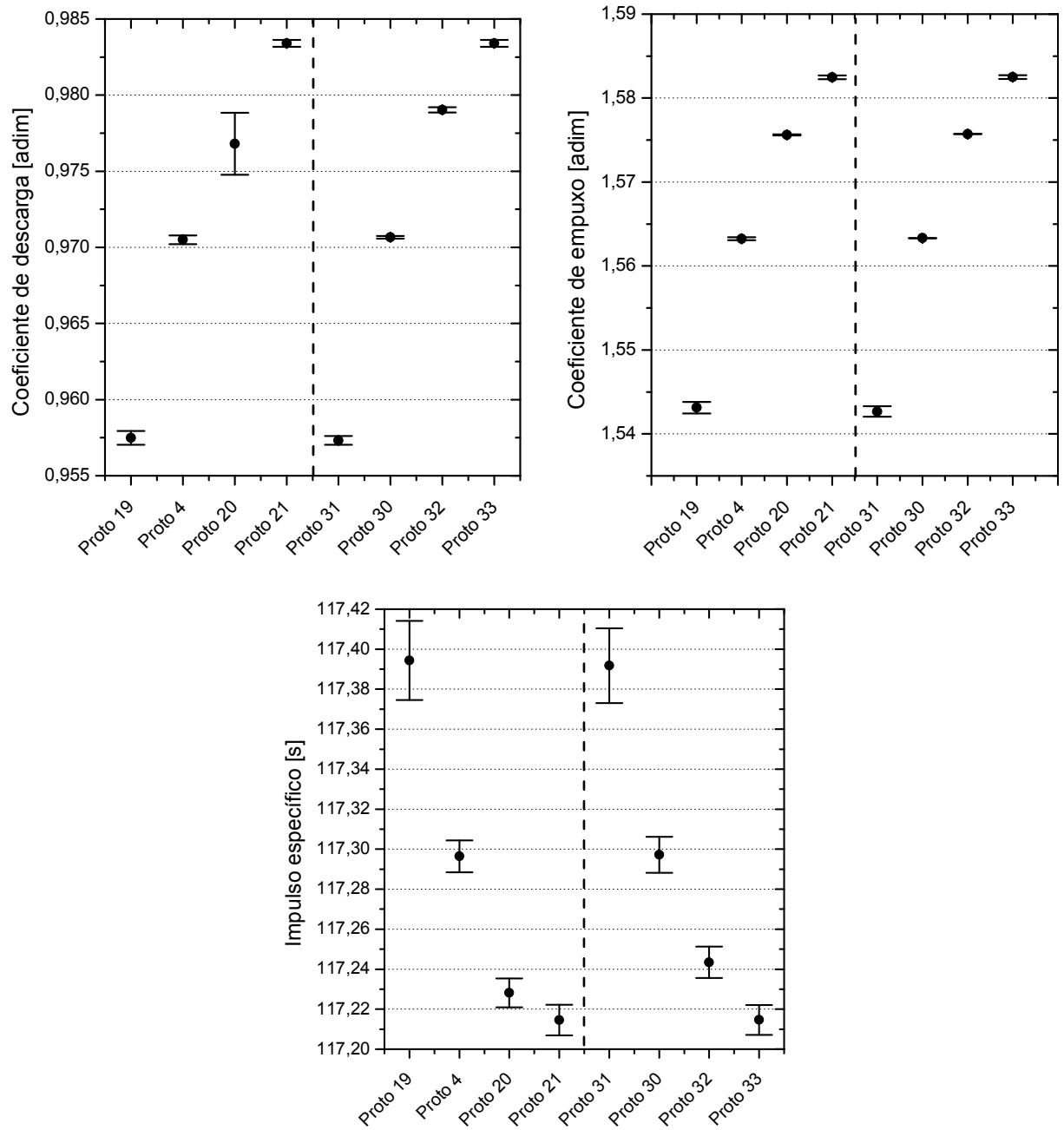
Analisando as Tabelas 6.12 (p.154), 6.13 (p.157) e 6.14 (p.160) é possível verificar que o efeito do raio  $R_{c2}$ , nos parâmetros de desempenho, é mais intenso à medida que o semiângulo aumenta. No entanto, ao comparar as Tabelas 6.14 e 6.15 constata-se que o resultado da modificação do raio  $R_{c2}$  é aproximadamente o mesmo, tanto para tubeiras com semiângulo de  $60^\circ$  quanto semiângulo de  $80^\circ$ . Ou seja, a partir do semiângulo de  $60^\circ$  o efeito da variação do raio  $R_{c2}$  nos parâmetros de desempenho se mantêm praticamente inalterado.

Avaliando o efeito do raio  $R_{c1}$  para tubeiras com este semiângulo de convergente verifica-se, da Tabela 6.15, que o efeito é mínimo, como ocorreu para as outras tubeiras. A maior diferença está no coeficiente de empuxo, que chega a 0,03%, o que não é significativo.

**Tabela 6.15 – Comparativo de tubeiras com semiângulo de convergente de  $80^\circ$**

	$R_{c1}$	$\alpha$	$R_{c2}$	$R_{c2}/R_t$	$C_D$	$C_{Fv}$	$I_{sv}$
	[mm]	[o]	[mm]	[adim]	[%]	[%]	[%]
<b>Proto 19</b>	12,7	80	7,6	0,375	-	-	-
<b>Proto 4</b>	12,7	80	12,7	0,625	1,36%	1,30%	-0,08%
<b>Proto 20A</b>	12,7	80	20,3	1	2,25%	2,11%	-0,13%
<b>Proto 21</b>	12,7	80	30,5	1,5	2,71%	2,55%	-0,15%
<b>Proto 31</b>	20,3	80	7,6	0,375	-	-	-
<b>Proto 30</b>	20,3	80	12,7	0,625	1,39%	1,34%	-0,08%
<b>Proto 32</b>	20,3	80	20,3	1	2,27%	2,14%	-0,13%
<b>Proto 33</b>	20,3	80	30,5	1,5	2,72%	2,58%	-0,15%

A Figura 6.43 mostra a variação dos parâmetros de desempenho à medida que a razão de raios aumenta. Na figura são mostrados tanto os valores dos parâmetros de desempenho quanto suas respectivas incertezas numéricas estimadas. As primeiras quatro tubeiras têm raio de curvatura  $R_{c1}$  de 12,7 mm (0,5") e as quatro últimas têm esse raio de 20,3 mm (0,8").



**Figura 6.43 – Parâmetros de desempenho das tubeiras Proto 4, Proto 19, Proto 20, Proto 21, Proto 30, Proto 31, Proto 32 e Proto 33**

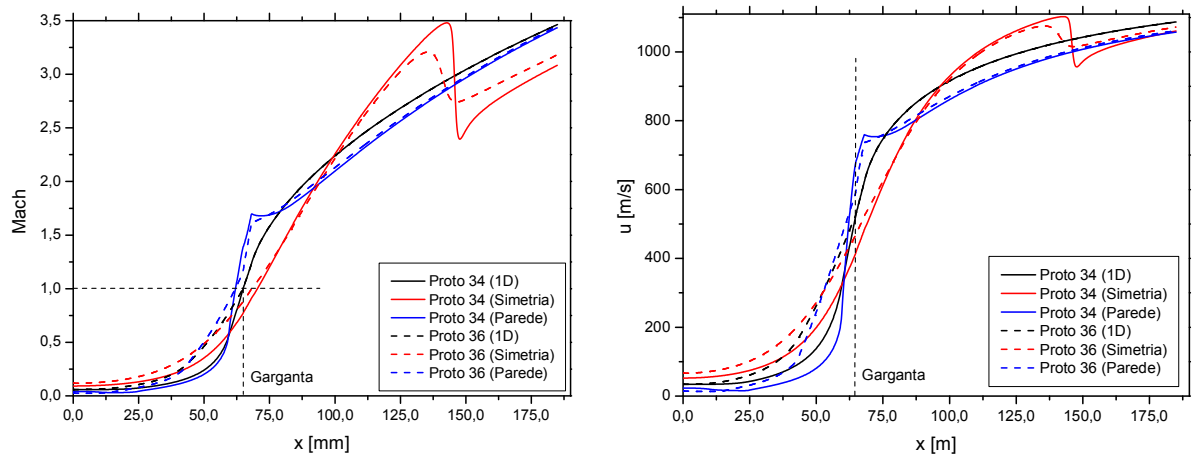
### 6.5.5 Conclusões sobre o efeito do raio de curvatura $R_{c2}$

As Figuras 6.44 a 6.49 mostram a distribuição do campo de Mach e de pressão no eixo de simetria e na parede, assim como a solução quase unidimensional para as seguintes tubeiras:

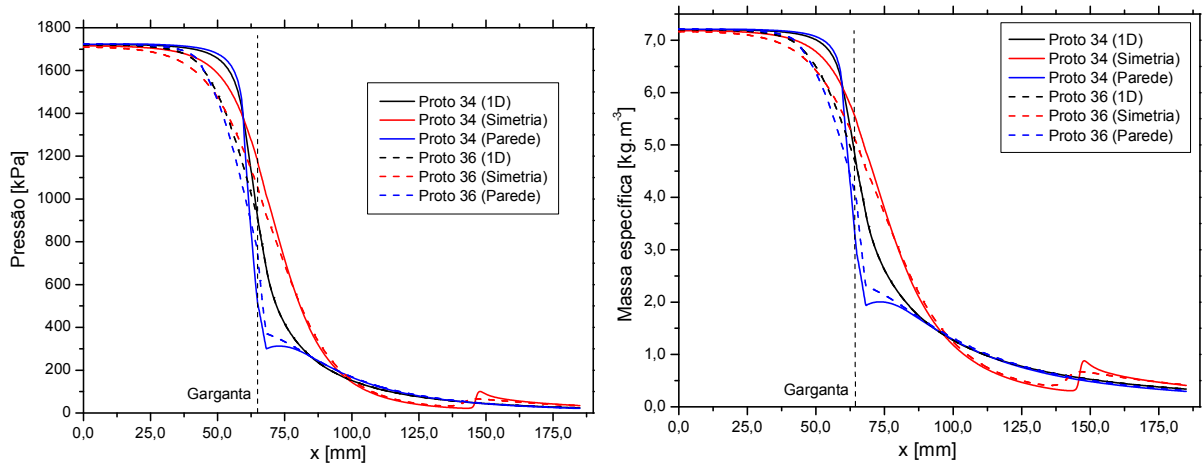
**Tabela 6.16 – Características das tubeiras avaliadas**

		Razão de raios	
		0,375	1,5
Semiângulo do convergente	30°	Proto 37	Proto 40
	45°	Proto 34	Proto 36
	60°	Proto 41	Proto 44
	80°	Proto 31	Proto 33

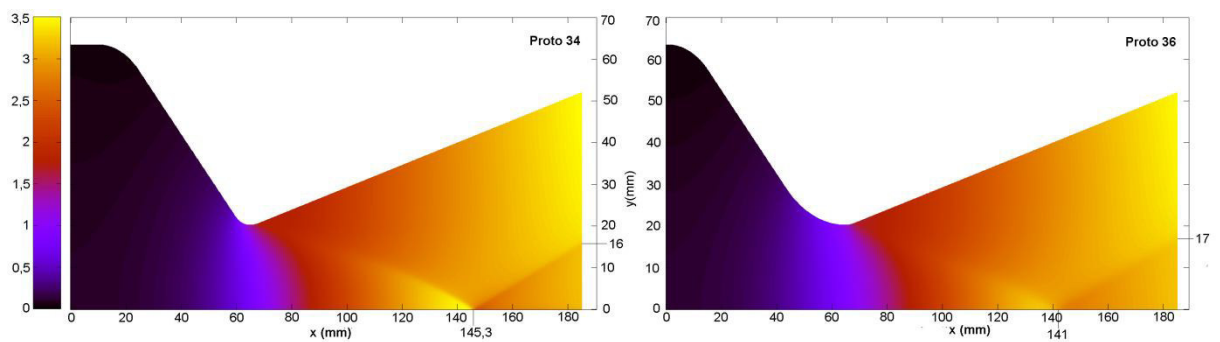
Nas Figuras 6.44 a 6.46 são comparadas as tubeiras Proto 34 e Proto 36. Inicia-se a análise por elas por terem o mesmo comprimento. Pode-se verificar (Figura 6.44) pelos valores de Mach na linha de simetria, que a onda de choque oblíqua dentro da tubeira é mais intensa para a tubeira Proto 34 que para a Proto 36. Como consequência o campo de Mach na saída é menor para a Proto 34, reduzindo os coeficientes de descarga e empuxo. A intensidade da onda de choque está relacionada à pressão na parede no ponto de transição entre a curvatura da garganta e da seção do divergente cônica. Como a Proto 34 tem menor razão de raios, a aceleração do escoamento na garganta é maior, como pode ser visto na distribuição de velocidade (Figura 6.44). Ao atingir o ponto de intersecção da região de curvatura da garganta com a seção divergente, a parede tem de corrigir a direção do escoamento, gerando um ponto de elevação de pressão e formação de uma onda de compressão (Figura 6.45). Essa onda de compressão se propaga aumentando de intensidade até se tornar uma onda de choque, na região próxima à simetria. O mesmo ocorre com a Proto 36, mas com menor intensidade, podendo-se questionar se nesse caso existe a formação da onda de choque próximo à simetria ou somente uma onda de compressão, tal sua baixa intensidade. Esta relação entre a redução do raio  $R_{c2}$  e o aumento da intensidade da onda de choque já havia sido detectado por Pirumov, Roslyakov e Sukhorukov (1974, p.416).



**Figura 6.44 - Distribuição do número de Mach e velocidade (componente u) na parede, no centro e da solução 1D para tubeiras Proto 34 e Proto 36**

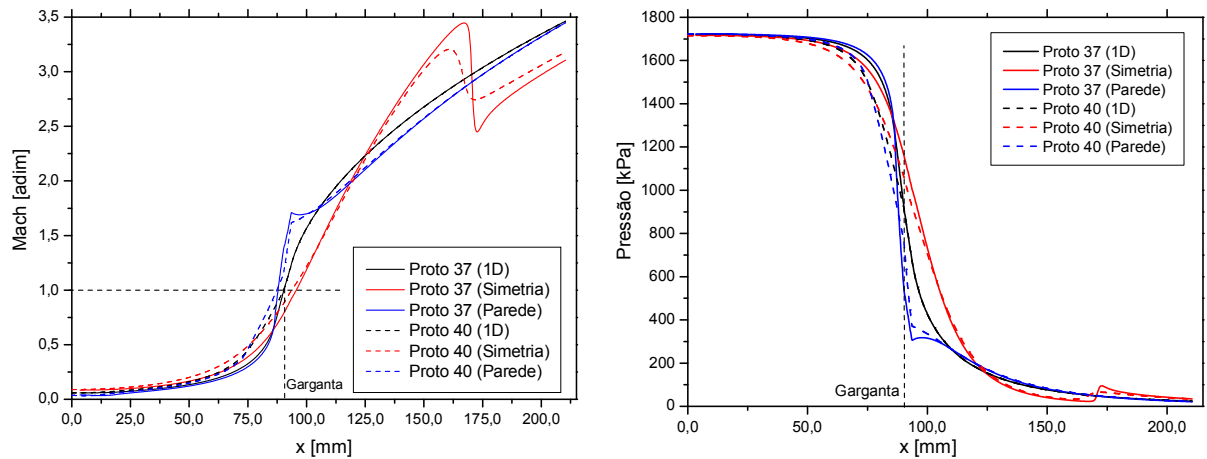


**Figura 6.45 - Distribuição da pressão e massa específica na parede, no centro e da solução 1D para tubeiras Proto 34 e Proto 36**

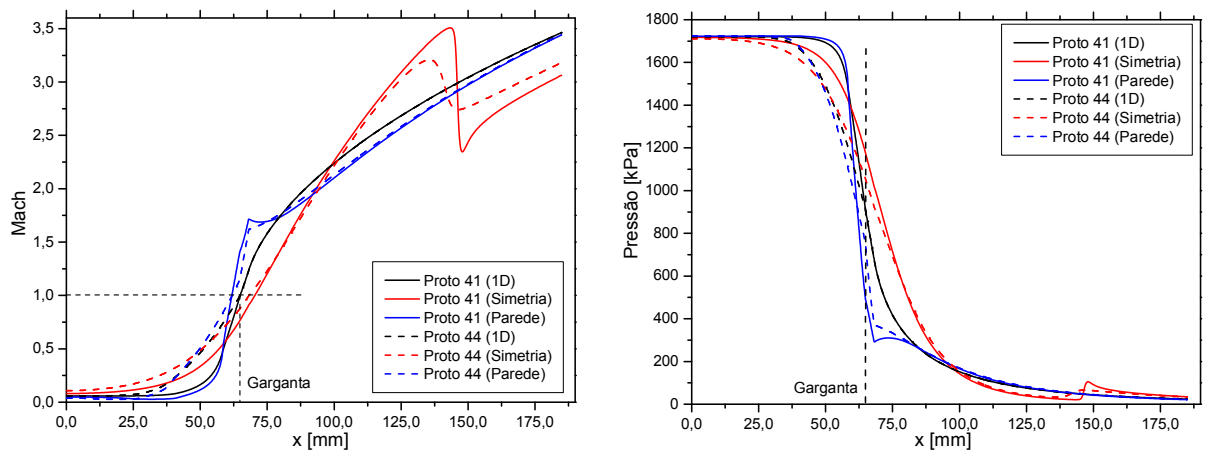


**Figura 6.46 – Campo de Mach para tubeiras Proto 34 e Proto 36**

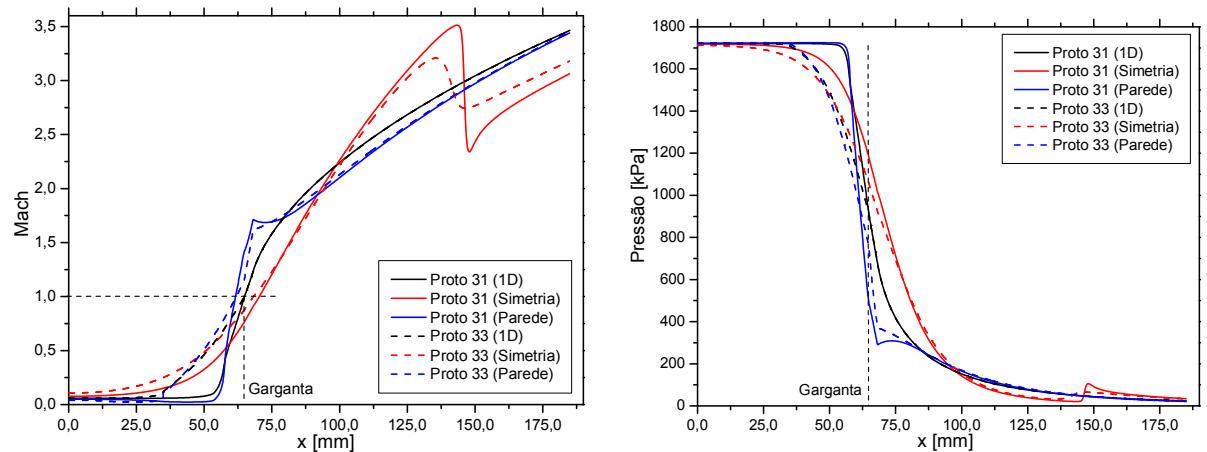




**Figura 6.47 – Distribuição do número de Mach e pressão na parede, no centro e da solução 1D para tuberias Proto 37 e Proto 40**



**Figura 6.48 – Distribuição do número de Mach e pressão na parede, no centro e da solução 1D para tuberias Proto 41 e Proto 44**

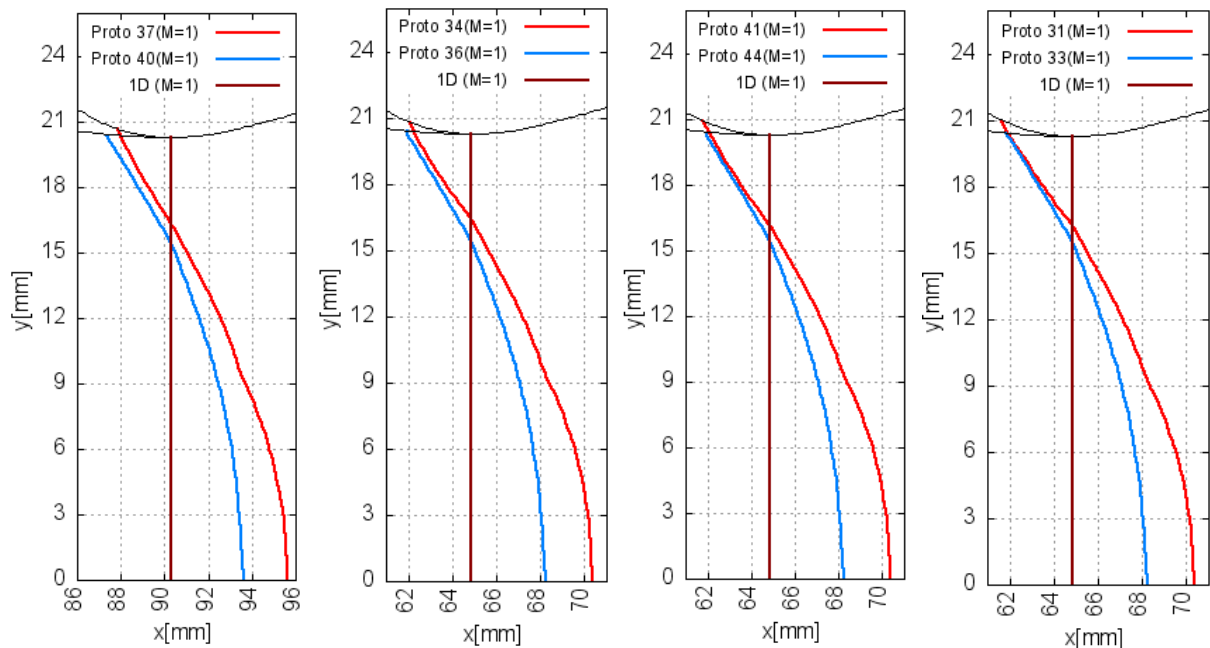


**Figura 6.49 – Distribuição do número de Mach e pressão na parede, no centro e da solução 1D para tuberias Proto 31 e Proto 33**

O efeito da onda de choque oblíqua no campo de Mach na saída da tubeira pode ser visto também na Figura 6.47, que mostra a distribuição do número de Mach na parede e no eixo de simetria para as tubeiras Proto 37 e Proto 40. A Proto 37 tem Mach da saída, na parede, 0,02% maior que a Proto 40 e no eixo de simetria 2,41% maior. Comparando as tubeiras Proto 41 e Proto 44 (Figura 6.48), a Proto 44 tem esses valores 0,22% e 3,71% maiores que a Proto 41, respectivamente. E finalmente, comparando as tubeiras Proto 31 e Proto 33 (Figura 6.49), a Proto 33 tem Mach na parede 0,23% maior e no eixo de simetria 3,9% maior.

A Figura 6.46 mostra o campo de Mach em toda a tubeira, tanto para a Proto 34 tanto para a Proto 36. É possível verificar que os valores de Mach na saída da Proto 36 é maior que para a Proto 34, devido à baixa intensidade da onda de choque oblíqua em seu interior, resultando no aumento dos parâmetros de desempenho avaliados. Essa figura também mostra que ao aumentar a razão de raios, o ponto de “reflexão” da onda de choque no eixo de simetria se desloca em direção à garganta. Se para a Proto 34 esse ponto está localizado na cota 145,3 mm, para a Proto 36 está na cota 141 mm. Esse deslocamento do ponto de contato da onda de choque com o eixo de simetria ao variar o raio de curvatura ( $R_{c2}$ ) também havia sido detectado por Pirumov, Roslyakov e Sukhorukov (1974, p. 416). Outro ponto de convergência com o trabalho desses autores é a redução no Mach na parede no ponto da geração da onda de choque oblíqua interna para tubeiras com pequenas razões de raios, como mostra a Figura 6.47.

Apesar das concordâncias com o trabalho de Pirumov, Roslyakov e Sukhorukov (1974) em relação aos efeitos do raio de curvatura ( $R_{c2}$ ), as conclusões do presente trabalho estão em desacordo com as relatadas pelos autores. Eles indicaram o efeito de tal raio, mas concluíram ser fraca a dependência de parâmetros do escoamento em relação a ele. O que foi possível constatar aqui é que há efeito significativo do raio  $R_{c2}$  nos parâmetros de desempenho, para todas as tubeiras avaliadas.



**Figura 6.50 – Linha sônica ( $M=1$ )**

A Figura 6.50 apresenta a linha sônica dos pares de tubeiras apresentados na Tabela 6.16, assim como a linha sônica da solução quase unidimensional. Pode-se verificar que independente da inclinação do convergente, ao aumentar a razão de raios a linha sônica se posiciona mais a montante, além de ser menos curvada. Verifica-se também que o ponto de partida da linha sônica na parede é pouco alterada pela inclinação do convergente ou pela razão de raios, já seu ponto de encontro com a linha de simetria é bastante alterado.

A posição da linha sônica, tanto na parede quanto no eixo de simetria, são mostradas na Tabela 6.17, com base nas Figuras 6.28 e 6.50. Pode-se verificar que a linha sônica na parede se posiciona mais à montante com o aumento da inclinação do convergente, ou com o aumento da razão de raios. Ainda, que a linha sônica não altera seu posicionamento no eixo de simetria, exceto para tubeira de  $30^\circ$  e razão de raios 0,375 (Proto 37), que fica um pouco mais à jusante. Verifica-se também que tubeiras com menor razão de raios tem linhas sônicas mais curvadas que as de maior razão de raios.

Comparando o posicionamento da linha sônica ao variar o semiângulo do convergente (Figura 6.27) e ao variar os raios de curvatura (Figura 6.50), verifica-se o maior impacto do raio de curvatura  $R_{c2}$  na posição da linha sônica e consequentemente no padrão de escoamento, que do semiângulo do convergente.

**Tabela 6.17 – Posição da linha sônica na parede e na linha de simetria com  $x=0$  na garganta**

	$x_{\text{parede}}$ [mm]	$x_{\text{simetria}}$ [mm]	Amplitude [mm]
Proto 37	-2,441	5,352	7,793
Proto 40	-2,778	3,360	6,138
Proto 34	-2,778	5,518	8,296
Proto 36	-2,919	3,360	6,278
Proto 41	-2,956	5,518	8,474
Proto 44	-2,925	3,360	6,284
Proto 31	-3,202	5,518	8,720
Proto 33	-2,889	3,360	6,249

Conclui-se então que o raio de curvatura  $R_{c2}$  é a característica geométrica do convergente cônico que mais impacta nos parâmetros de desempenho da tubeira. Quanto maior esse raio, melhores são os resultados de desempenho. A explicação para essa influência está na característica da onda de choque oblíqua formada no divergente, que pode ser mais ou menos intensa conforme o raio de curvatura adotado. Quanto menor o raio  $R_{c2}$  maior a pressão no ponto de transição da curvatura da garganta com o divergente cônico, e consequentemente mais intensas são as ondas de compressão/choque geradas, resultando em redução do campo de Mach na saída, assim como coeficientes de empuxo e descarga.

## 6.6 Resumo do capítulo

Neste capítulo foram apresentados os resultados das variações dos perfis do convergente nos parâmetros de desempenho.

As tubeiras base que deram origem às novas tubeiras foram a BMG30-15, para razão de raios 2,0, e a BMG45-15 para razões de raio de 0,375 a 1,5. Da garganta até a saída da tubeira não houve nenhuma alteração, sendo modificados somente parâmetros geométricos antes da garganta (convergente). O escoamento foi resolvido numericamente usando ar como fluido. Além disto, o regime foi considerado invíscido, permanente, paredes adiabáticas, propriedades variáveis e pressão ambiente o vácuo.

Foram apresentados os desenhos de todas as tubeiras com as dimensões dadas em polegadas e milímetros. O uso da unidade inglesa de comprimento se justifica para fins de comparação com as tubeiras base, que têm esta unidade.

Inicialmente foram avaliadas as tubeiras com elevadas razões de raios. Para esta classe somente duas tubeiras foram testadas, uma com semiângulo de convergente reduzido e outra com elevada inclinação. Os resultados mostraram que o perfil do convergente não tem impacto nos parâmetros de desempenho obtidos, a saber, os coeficientes de empuxo e descarga e o impulso específico. O trabalho de Back, Massier e Gier (1965a) usou tubeiras com essa razão de raios para chegar à mesma conclusão. Em seu trabalho os autores usaram as leituras de pressão na parede para verificar este efeito. Fazendo o mesmo procedimento para as tubeiras testadas neste trabalho, os resultados foram os mesmos, ou seja, a invariância nos valores da pressão estática na parede em relação ao perfil convergente usado.

Tendo confirmado o que é visto na literatura, quanto à importância do convergente, em tubeiras com elevada razão de raio, buscou-se ampliar o estudo para tubeiras com razões de raio menores. Para este grupo a tubeira base usada foi a BMG45-15. Foram então geradas tubeiras com convergentes cônicos e com outros perfis curvos. O resultado foi a obtenção de coeficientes de empuxo até 0,6% maiores que a referência (BMG45-15). Considerando que o trabalho de Rao (1958) obteve melhora de 0,5% em tubeiras de baixa razão de expansão, os resultados obtidos neste trabalho podem ser considerados bons. Com isto, pode-se afirmar que o perfil de convergente afeta os parâmetros de desempenho em tubeiras com razão de raios 0,625. Desta forma, a generalização da literatura quanto ao efeito do perfil convergente pode não ser adequada.

Confirmada a influência do convergente, o próximo passo foi avaliar os efeitos de algumas características geométricas, em convergentes cônicos, nos parâmetros de desempenho. As possibilidades neste caso são o raio de curvatura ( $R_{c1}$ ) entre o *plenum* e o convergente, o semiângulo do convergente (inclinação) e o raio de curvatura ( $R_{c2}$ ) na transição convergente/garganta.

O primeiro item avaliado foi do raio  $R_{c1}$ . A avaliação foi feita suprimindo este parâmetro de algumas tubeiras já usadas, com razão de raios 0,625 e semiângulos de convergente de 26°, 45° e 80°. Nestas tubeiras a transição *plenum*/convergente foi feita pela intersecção do cilindro do *plenum* com o cone do convergente. O resultado mostrou que esta característica geométrica não tem efeito nos parâmetros de desempenho. Posteriormente este parâmetro foi avaliado em tubeiras com outras inclinações de convergente e outras razões de raio. O resultado se manteve, ou seja, é uma característica de pouca importância em termos de desempenho.

O segundo item avaliado foi o efeito da inclinação do convergente. A variação da inclinação foi feita para tubeiras com razões de raio 0,375, 0,625, 1,0 e 1,5. Para cada uma destas razões de raios foram avaliados semiângulos de 30°, 45°, 60° e 80°. Verificou-se que para tubeiras de razão de raios 0,375 este parâmetro é impactante, para as de razão 0,625 é importante, para as de razão de raios 1,0 e 1,5 esta característica geométrica é irrelevante. Esse efeito foi verificado pelas variações dos parâmetros de desempenho, mas também pela variação da amplitude da linha sônica na garganta. Esta relação do efeito da inclinação do convergente na linha sônica já havia sido identificada por Hopkins e Hill (1966, p. 1341). Segundo os autores a redução do semiângulo tem como efeito a maior amplitude da linha sônica.

E finalmente, o último parâmetro avaliado foi o efeito do raio de curvatura na garganta ( $R_{c2}$ ). Para avaliar este parâmetro foram empregadas as tubeiras usadas para avaliar a inclinação do convergente, mas agrupadas de tal forma que o semiângulo permaneceu fixo para cada grupo e houve variação somente do raio  $R_{c2}$ . Os resultados obtidos mostraram forte impacto dessa característica geométrica nos parâmetros de desempenho. Para tubeiras com 30° de semiângulo a razão de raios tem impacto importante, pode-se ter um ganho de 1,97% no empuxo total ao variar a razão de raios de 0,375 para 1,5. Para tubeiras de 45° de semiângulo este ganho pode chegar a 2,41%, e para as de 60° a 2,52%. E finalmente, para as de 80° pode chegar a 2,58%. Mostrando que esta é a característica geométrica mais importante do convergente.

## 7 Conclusão

O objetivo desse capítulo é apresentar as constatações gerais do trabalho, suas contribuições, e indicar sugestões para estudos futuros.

### 7.1 Constatações gerais

Através da realização de uma série de simulações numéricas, com diversos perfis de convergente, o trabalho mostrou que essa geometria tem influência importante sobre os parâmetros de empuxo, coeficiente de descarga e impulso específico em tubeiras cônicas com baixa razão de expansão. Com base nos resultados obtidos é possível escolher um perfil como a Proto 40 para o convergente ao invés da Proto 31, o que significa uma diferença de 2,5% no empuxo. Isto indica que alguns cuidados devem ser considerados ao se definir a geometria desse bocal. A literatura sugere que qualquer geometria é aceitável, o que é verdade para uma classe de tubeiras, com certa razão de raios ou determinada inclinação do convergente, mas não para todos os casos.

Para se chegar a essa conclusão os objetivos específicos do trabalho foram atingidos. As simulações numéricas foram feitas com o código computacional Mach2D, que foi melhorado e continua a ser desenvolvido. Os modelos físicos utilizados para propriedades variáveis foram avaliados. Aqueles já consagrados na literatura foram mantidos, como o de Sutherland, já o modelo para o calor específico à pressão constante foi avaliado e o melhor deles escolhido.

A validação da solução numérica foi feita usando as tubeiras de Back, Massier e Gier (1965a), atingindo bons resultados. O campo de pressões obtido com a solução numérica teve boa concordância com o experimento. O mesmo ocorreu com o empuxo e a vazão mássica. Além disso, o código Mach2D foi capaz de captar a onda de choque oblíqua, cuja existência foi indicada pelos autores.

Os modelos invíscido, laminar e turbulento foram avaliados tendo bons resultados. A revisão bibliográfica já havia mostrado a pouca influência da viscosidade neste tipo de tubeira, o que se verificou na validação, com os três modelos atingindo resultados muito próximos. Haddad (1988) mostrou que nesse

tipo de tubeira a espessura da camada limite não chega a 0,7% da área total, tornando os efeitos viscosos pouco significativos. Back, Cuffel e Massier (1972) também identificaram a pouca influência destes efeitos. Motivo pelo qual é comum encontrar trabalhos que façam estudo em tubeiras resolvendo o escoamento invíscido, como Mikhailov (1972), Hoffman (1987), Haddad (1988), Marchi, Silva e Maliska (1992), Eye, Ezertas e Yumazaki (2011), Hetem, Rafael e Miraglia (2012), entre outros.

No processo de validação foi possível obter convergência com o modelo turbulento somente para malhas mais grossas, cujos resultados são insuficientes para as comparações necessárias para este trabalho. As faixas de incerteza numérica estimada são de tal amplitude que dificultariam essa atividade. Com isso os modelos laminar e invíscido foram definidos para obtenção da solução numérica, porém, para tubeiras com elevada inclinação o modelo laminar também gerou resultados para malhas não muito finas, o que resultou na utilização do modelo invíscido para todos os casos.

As geometrias propostas foram testadas e os resultados obtidos. Inicialmente foram verificadas as geometrias de elevada razão de raios. Nestas, as afirmações de Back, Massier e Gier (1965a) e as de Hopkins e Hill (1966) se confirmaram, e o convergente não teve influência nos parâmetros de escoamento.

Em seguida foram avaliados vários perfis convergentes para tubeira com razão de raios 0,625. Não houve regra específica para elaboração destas geometrias, resultando em tubeiras cônicas com semiângulo que variou de 10° a 80°, assim como formas de convergentes curvas. Estas tubeiras mostraram que é possível obter empuxo até 0,64% melhor que a referência (BMG45-15). Comparando esse resultado com o obtido por Rao (1958), que usou seu método para gerar novo perfil divergente em determinada tubeira cônica, de baixa razão de expansão, obtendo melhora de 0,5% no empuxo, pôde-se concluir que o perfil do convergente é ser uma característica geométrica importante na tubeira.

Com base nestes resultados a avaliação da geometria do convergente foi aprofundada para tubeiras de convergente cônico. Foram escolhidos três parâmetros geométricos para serem estudados: o raio entre o *plenum* e o convergente ( $R_{c1}$ ), o semiângulo do convergente ( $\alpha$ ), e o raio entre o convergente e a curvatura da garganta ( $R_{c2}$ ).



Avaliando o raio de curvatura ( $R_{c1}$ ) entre o *plenum* e o convergente foi possível concluir que esta característica geométrica não influencia os parâmetros de desempenho em nenhuma das tubeiras avaliadas, ou seja, para qualquer inclinação de convergente ou qualquer raio de curvatura na garganta.

As outras tubeiras foram usadas para avaliar o semiângulo do convergente cônico. Esse parâmetro mostrou ter influência significativa sobre o coeficiente de empuxo, podendo melhorar em até 0,6% este parâmetro. Neste ponto o trabalho diverge um pouco do resultado de Hopkins e Hill (1966). Em seu trabalho os autores afirmam que a inclinação do convergente não tem influência para razões de raios acima de 1,5, e que abaixo disto a influência é pequena. Os resultados dessa tese mostram que o convergente não tem influência para razões de raio de 1,0 e acima disto, mas para razões de raio de 0,625 ou 0,375 este efeito é importante, com variações no empuxo de 0,2% a 0,6%.

O método de Rao (1958) para tubeiras de baixa razão de expansão (4,9) melhorou o empuxo em 0,5%, considerando escoamento isentrópico. Cai *et al.* (2007) usaram método de otimização direta no divergente e conseguiram melhorar 1,5% no empuxo. Eye, Ezertas e Yumazaki (2011) obtiveram melhora de 2,56%, otimizando o divergente, resolvendo as equações de Euler 2D. Hussaini e Korte (1996) melhoraram 0,23% no coeficiente de empuxo trabalhando no divergente, para tubeiras com baixo número de Reynolds. O que mostra que os ganhos no empuxo obtidos nessa tese não são desprezíveis.

E finalmente foi avaliado o efeito do raio de curvatura ( $R_{c2}$ ) entre o convergente e a garganta. Essa região já era identificada por autores como Hopkins e Hill (1966) e Pirumov, Roslyakov e Sukhorukov (1974) como de característica importante no escoamento. Algumas observações dos trabalhos desses autores foram verificadas nesta tese, como por exemplo, a variação da amplitude da linha sônica ao variar o raio de curvatura, e também o aumento da intensidade da onda de choque ao reduzir o raio de curvatura. O que os autores não tinham mostrado era o efeito dessas características nos parâmetros de desempenho. Hopkins e Hill (1966) tinham como objetivo maior a boa caracterização do escoamento na linha sônica para sua utilização na geração do divergente. Já Pirumov, Roslyakov e Sukhorukov (1974) estudavam o efeito desta característica na onda de choque e distribuição de Mach no divergente. A tese mostrou que a variação no coeficiente de empuxo pode

chegar a 2,58% ao variar o raio de curvatura em tubeiras com inclinação do convergente de 80°.

A vantagem de obter esses ganhos ao trabalhar com o convergente é a possibilidade de trabalhar em um dispositivo pequeno, se comparado ao divergente, de mais fácil manufatura e provavelmente mais baixo custo.

A conclusão final a que se chega, comparando os resultados desse trabalho com a literatura, é que alguns cuidados devem ser tomados ao projetar o convergente de tubeira para obtenção de maior empuxo. A literatura generaliza a pouca influência dessa característica geométrica, chegando a indicar que qualquer perfil suave é aceitável. Os resultados aqui apresentados mostraram que esta pode ser uma verdade para certo grupo de tubeiras, com determinados semiângulos de convergente, ou determinadas razões de raios, mas não é possível generalizar, sob o risco de perder até 2,5% de empuxo ao se escolher uma geometria que pode não ser a melhor.

## **7.2 Contribuições:**

As contribuições do trabalho são:

- Novo enfoque sobre o efeito da geometria do convergente sobre o funcionamento da tubeira;
- Dados práticos, orientativos, de fácil utilização para execução em propulsão. Em lugar de escolher uma geometria qualquer, é possível com os resultados apresentados aqui direcionar a forma deste perfil; e
- Continuação do desenvolvimento do código computacional Mach2D.

## **7.3 Indicação de trabalhos futuros:**

Como indicação de trabalhos futuros, para dar seqüência ao que foi visto sugere-se:

- Confirmação experimental dos resultados obtidos;
- Ampliação do estudo para tubeiras com maior razão de área e maior comprimento. O trabalho de Rao (1958) apresentou melhores

resultados para tubeiras com maiores razões de área. Seria interessante verificar para essas tubeiras;

- Avaliação dos resultados para tubeiras com outros formatos de divergentes (sino, duplo sino, expansão-deflexão, e outros);
- Confirmação dos resultados para escoamento laminar e turbulento. Desenvolvimento do programa, novas malhas, outros modelos de turbulência, e outras atividades que auxiliem na obtenção da solução numérica para estes casos; e
- Verificação do resultado para casos de tubeiras refrigeradas.

## REFERÊNCIAS

AGÊNCIA ESPACIAL BRASILEIRA. **Programa Nacional de Atividades Espaciais: PNAE: 2012-2021**. Brasília: 2012.

ALLMAN, J.G.; HOFFMAN, J.D. ***Design of maximum thrust nozzle contours by direct optimization methods***. AIAA Journal, v.19, n. 6, p. 750-751, Jun.1981.

ALVES, C.F.E.; NETTO, D.B. **Escoamentos transônicos em bocais com onda de choque para regime não permanente**. IX Congresso Brasileiro de engenharia mecânica, p. 185-188. Florianópolis: 1987.

ANDERSON Jr., J. D. ***Modern compressible flow: with historical perspective***. 3 ed. New York: McGraw-Hill, 2007.

ARAKI, L.K. **Verificação de soluções numéricas de escoamentos reativos em motores-foguete**. Tese (Doutorado em ciências) – Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

ARRINGTON, L.; REED, B.D., RIVERA, A. ***A performance comparison of two small rocket nozzles***. In: 32<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/SAEE Joint Propulsion Conference, Lake Buena Vista, Florida, Jul.1996.

ASME. ***Standard for verification and validation in computational fluid dynamics and heat transfer***. ASME V&V, v. 20, 2009.

AUKERMAN, C.A.; TROUT, A.M. ***Experimental rocket performance of Apollo storable propellants in engines with large area ratio nozzles***. NASA Technical note TN-D-3566. Cleveland, Ohio: Aug.1966.

AZEVEDO, J.L.F. ***A finite difference method applied to internal axisymmetric flows***. Boletim da sociedade brasileira de matemática aplicada e computacional, v.3, n.1, p. 1-20, Out. 1992.

BACK, L.H.; CUFFEL, R.F. ***Detection of oblique shocks in a conical nozzle with a circular-arc throat***. AIAA Journal, Reston, v.4, n.12, p. 2219-2221, Dec.1966.

BACK, L.H.; CUFFEL, R.F.; MASSIER, P.F. ***Laminarization of a turbulent boundary layer in nozzle flow***. AIAA Journal, v.7, n.4, p.730-733. Apr. 1969.

BACK, L.H.; CUFFEL, R.F.; MASSIER, P.F. ***Influence of contraction section shape and inlet flow direction on supersonic nozzle flow and performance***. Journal of Spacecraft, Reston, v. 9, n. 8, p. 420-427, Jun.1972.

BACK, L.H.; MASSIER, P.F.; CUFFEL, R.F. ***Flow phenomena and convective heat transfer in a conical supersonic nozzle***. Journal of spacecraft, Reston, v.4, n.8, p. 1040-1047, Aug.1967.

BACK, L.H.; MASSIER, P.F.; GIER, H.L. ***Convective heat transfer in a convergent-divergent nozzle***. International Journal of Heat and Mass Transfer, v.7, p. 549-568, 1964.

BACK, L. H.; MASSIER, P.F.; GIER, H.L. **Comparison of measured and predicted flows through conical supersonic nozzles, with emphasis on the transonic region**. AIAA Journal, Reston, v. 3, n. 9, p. 1606-1614, 1965a.

BACK, L.H.; MASSIER, P.F.; GIER, H.L. **Convective heat transfer in a convergent-divergent nozzle**. Pasadena: California Institute of Technology, Jet Propulsion Laboratory, 1965b. Technical report n. 32-415.

BIRD, R.B.; STEWART, W.E.; LIGHTFOOT, E.N. **Fenômenos de Transporte**. 2 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2010.

BOLDMAN, D.R.; SCHMIDT, J.F.; GALLAGHER, A.K. **Laminarization of a turbulent boundary layer as observed from heat transfer and boundary layer measurements in conical nozzles**. NASA TN-D-4788, Cleveland-Ohio, 1968.

BROWN, C.D. **Spacecraft propulsion**. Washington: AIAA, 1996.

CAI, G.; FANG, J.; XU, X.; LIU, M. **Performance Prediction and Optimization for Liquid Rocket Engine Nozzle**. Aerospace Science and Technology, v.11, n.2-3, p. 155-162, Mar.-Apr. 2007.

CAISSO, P. *et al.* **A Liquid propulsion panorama**. Acta Astronautica, p. 1723-1737, 2009.

CANDLER, G.; PERKINS, J. **Effects of vibrational nonequilibrium on axisymmetric hypersonic nozzle design**. 29<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting, paper 91-0297, 11 p., Reno, NV, Jan. 1991.

CHANG, C.L.; KRONZON, Y.; MERKLE, C.L. **Time-iterative solutions of viscous supersonic nozzle flows**. AIAA Journal, Reston, v.26, n.10, p.1208-1215. Oct.1988.

CHANG, I.S. **One- and two-phase nozzle flows**. AIAA Journal, Reston, v.18, n.12, p. 1455-1461. Dec.1980.

CHEN, C.L.; CHAKRAVARTHY, S.R. **Numerical investigation of separated nozzle flows**. AIAA Journal, Reston, v.32, n.9, p. 1836-1843, 1994.

CHIEN, K.Y. **Predictions of channel and boundary-layer flows with a low-Reynolds number turbulence model**. AIAA Journal, v.20, n.1, p.33-38, 1982.

COLONNO, M.R.; VAN DER WEIDE, E.; ALONSO, J.J. **The optimum vacuum nozzle: An MDO Approach**. 46<sup>th</sup> AIAA Aerospace Science Meeting, Reno, Jan. 2008.

CUFFEL, R.F.; BACK, L.H.; MASSIER, P.F. **Transonic flowfield in a supersonic nozzle with small throat radius of curvature**. AIAA Journal, Reston, v.7, p.1364-1366, Jul.1969.

ÇENGEL, Y.A.; BOLES, M.A. **Thermodynamics: an engineering approach**. 5 ed. McGraw-Hill, 2004.

DARWELL, H.M.; BADHAM, H. **Shock formation in conical nozzles**. AIAA Journal, Reston, v.1, n.8, p.1932-1934, Aug.1963.

DRIKAKIS, D.; TSANGARIS, S. **Real gas effects for compressible nozzle flows**. Journal of Fluids Engineering. v.115, p.115-120, Mar.1993.

DUTTON, J.C.; ADDY, A.L. **Transonic flow in the throat region on axisymmetric nozzles**. AIAA Journal, Reston, v.19, n.6, p.801-804, Jun.1981.

EGGERS, A.J. **One dimensional flows of an imperfect diatomic gas**. NACA Rep. 959, 1950.

ERDEM, E.; ALBAYRAK, K.; TINAZTEPE, H.T. **Parametric study of secondary gas injection into a conical rocket nozzle for thrust vectoring**. 42<sup>nd</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. Sacramento: 2006.

EYI, S.; EZERTAS, A.; YUMUSAK, M. **Design optimization in non-equilibrium reacting flows**. Computational Fluid Dynamics, p. 247-252. Berlin: Springer-Verlag, 2011.

FERZIGER, J. H., PERIC, M. **Computational methods for fluid dynamics**. 3 ed., New York: Springer, 1999.

FOELSCH, K. **The analytical design of an axially symmetric Laval nozzle for a parallel and uniform jet**. Journal of the Aeronautical Sciences, p. 161-166, 1949

FORTUNA, A, O. **Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos**. São Paulo: Edusp, 2000.

GODDARD, R.H. **A method of reaching extreme altitudes**. Smithsonian Institution, Washington: 1919.

GRIFFIN, M.D.; FRENCH, J.R. **Space vehicle design**. 2 Ed. AIAA Education series. Reston (VA): AIAA, 2004.

GUDERLEY, G.; HANTSH, E. **Beste formen fur achsensymmetrische uberschallshldrisen**. Zeits fur flugwissenschaften, v.3, 1955.

HADDAD, A. **Supersonic nozzle design of arbitrary cross-section**. 194 p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Escola de Engenharia, Cranfield Institute of Technology. Bedfordshire, 1988

HAGEMANN, G., IMMICH, H., NGUYEN, T.V., DUMNOV, G.E. **Advanced rocket nozzles**. Journal of Propulsion and Power, v.14, n.5, p. 620-634, Sep-Oct, 1998.

HAGEMANN, G.; KRULLE, G.; MANSKI, D. **Dual-expander engine flowfield simulations**. 31<sup>st</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, 11 p., July 10-12. San Diego: 1995.

HADIN, O.J. **Advanced rocket engines**. NATO (internet), 2008. Paper apresentado na AVT-150 RTO AVT/VKI Lecture series, realizado no instituto von Karman, 12-15 março. Rhode St. Genèse, 2007. P. 1-40. Disponível em: <http://ftp.rta.nato.int/public//PubFullText/RTO/EN/RTO-EN-AVT-150///EN-AVT-150-06.pdf>. Acesso em: 14/05/2012.

HAINDINGER, F. **Influence of turbulence modeling on the performance prediction for rocket engine nozzles**. Journal of propulsion and power. v.15, n.4, Jul-Aug. 1999.

HAMED, A.; VOGIATZIS, C. **Overexpanded 2D-CD nozzle flow simulations**. 31<sup>st</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, 8 p., San Diego, Jul.1995.

HEARTH, D.P.; PERCHONOK, E. **Analysis of heat addition in a convergent-divergent nozzle**. NACA Technical Note 2938. Dayton: 1953.

- HERBERT, M.V.; HERD, R.J. **Boundary-layer separation in supersonic propelling nozzles**. Aeronautical Research Council. London: 1966.
- HETEM, A.; RAFAEL, C.F.; MIRAGLIA, J. **Simulation of supersonic catalytic green propellant nozzle rocket engine**. Journal of Aerospace Engineering, Sciences and applications. v.4, n.4. p.112-122. Oct-Dec.2012
- HOFFMAN, J.D. **Design of compressed truncated perfect nozzles**. J.Propulsion, v. 3, n.2. p. 150-156. Mar-Apr, 1987.
- HOPKINS, D.F.; HILL, D.E. **Effect of small radius of curvature on transonic flow in axisymmetric nozzles**. AIAA Journal, Reston, v.4, n.8, Aug. 1966.
- HU, J.; RIZZI, A. **Turbulent flow in supersonic and hypersonic nozzles**. AIAA Journal, Reston, v.33, n. 9, p.1634-1640, 1995.
- HUSSAINI, M.M., KORTE, J.J. **Investigation of low-Reynolds-number rocket nozzle design using PNS-based optimization procedure**. NASA TM 110295, 12 p. Hampton: 1996.
- INMETRO. **SISTEMA internacional de unidades – SI**. 8<sup>a</sup> ed. Rio de Janeiro: 2007. 114 p. Disponível em: <http://www.inmetro.gov.br/infotec/publicacoes/Si.pdf>. Acesso em: 15/05/2012.
- JOHN, J.E.A. **Gas dynamics**. 2 Ed. Newton (Massachussetts): Allyn & Bacon, 1984.
- JUE, F.; KUCK, F. **Space shuttle main engine (SSME) options for the future shuttle**. 38<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, 7-10 July. Indianapolis: 2002.
- KANDA, T.; MASUYA, G.; WAKAMATSU, Y.; KANMURI, A.; CHINZEI, N.; NIINO, M. **Effect of regenerative cooling on rocket engine specific impulse**. Journal of propulsion and power. v.10, n.2, p. 286-288, Mar-Apr. 1994.
- KETSDEVER, A.D.; YOUNG, M.P.; MOSSMAN, J.B.; PANCOTTI, A.P. **An overview of advanced concepts for space access**. 44<sup>th</sup> AIAA Joint Propulsion Conference, 20-23 July, p.1-28. Hartford, 2008.
- KIM, S. C. **Calculations of Low Reynolds Number Rocket Nozzles**. AIAA paper, 93-0888, 31<sup>st</sup> Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 11 p., Reno, Jan. 1993.
- KLIEGEL, J.R.; LEVINE, J.N. **Transonic flow in small throat radius of curvature nozzles**. AIAA Journal, Reston, v.7, n.7, p. 1375-1378, Jul.1969.
- KORTE, L.L. **Inviscid design of hypersonic wind tunnel nozzles for a real gas**. 38<sup>th</sup> Aerospace Science Meeting & Exhibit, 8 p. Reno: Jan. 2000.
- KORTE, J.J.; SALAS, A.O.; DUNN, H.J.; ALEXANDROV, N.M.; FOLLET, W.W.; ORIENT, G.E.; HADID, A.H. **Multidisciplinary approach to aerospoke nozzle design**. NASA TM 110326, Fev. 1997.
- LOTH, E.; BAUM, J.; LÖHNER, R. **Formation of shocks within axisymmetric nozzles**. AIAA Journal, Reston, v.30, n.1, p.268-270, Jan.1992.
- MALISKA, C. R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**. 2 ed., Rio de Janeiro: LTC, 2004.

MANSKI, D.; HAGEMANN, G. ***Influence of Rocket Design Parameters on Engine Nozzle Efficiencies***. Journal of propulsion and power, v.12, n. 1, p. 41-47, Jan.-Feb. 1996.

MARCHI, C. H. ***Verificação de soluções numéricas unidimensionais em dinâmica dos fluidos***. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2001.

MARCHI, C.H.; ARAKI, L.K.; ALVES, A.C.; SUERO, R.; GONÇALVE, S.F.T.; PINTO, M.A.V. ***Solutions of 2D Laplace equation with triangular grids and multiple Richardson extrapolations***. 13<sup>o</sup> Brazilian congress of thermal sciences and engineering (ENCIT). Uberlândia: Dezembro 2010.

MARCHI, C.H.; MALISKA, C.R. ***Nonorthogonal finite volume method for the solution of all speed flows using co-located variables***. Numerical Heat Transfer, Part B, v.26, p. 293-311, 1994.

MARCHI, C.H., SILVA, A.F.C.; MALISKA, C.R. ***Solução numérica de escoamentos invíscidos em tuberias com velocidade supersônica na saída***. ENCIT, p. 145-148. Rio de Janeiro: 1992.

MARCUM, D.L.; HOFFMAN, J.D. ***Calculation of three-dimensional flowfields in propulsive nozzles with centerbodies***. J.Propulsion, v.4, n.2, p.172-179. Mar-Apr. 1988.

MIGDAL, D.; LANDIS, F. ***Characteristics of conical supersonic nozzles***. ARS Journal, v.32, n.12, p. 1898-1901, 1962.

MIKHAILOV, I.E. ***The shape of the supersonic three-dimensional nozzle possessing maximum thrust***. Moscow, 1972.

MORAN, M.J.; SHAPIRO, H.N.; BOETTNER, D.D.; BAILEY, M.B. ***Termodinâmica para engenharia***. 7 ed. Ed.LTC. Rio de Janeiro: 2013.

NACA 1135. ***Equations, tables and charts for compressible flow***. By AMES research staff, Report 1135. Moffett Field, California: 1953.

NASA TM-X-74335. ***U.S. Standard Atmosphere***. Washington: 1976.

NRC (National Research Council). ***America's future in space: aligning the civil space program with national needs***. Washington: The National Academies Press: 2009.

NRC (National Research Council). ***Space technologies roadmaps and priorities: restoring NASA's technological edge and paving the way for a new era in space***. Washington: The National Academies Press: 2012.

ÖSTLUND, J. ***Flow processes in rocket engine nozzles with focus on flow separation and side-loads***. Technical Report 2002:09, Royal Institute of Technology. Stockholm: 2002.

PIRUMOV, U.G.; ROSLYAKOV, G.S.; SUKHORUKOV, V.P. ***Investigation of supersonic flows in conical nozzles***. Fluid Dynamics, v.9, n. 3, p.415-420, May-June 1974.

RAO, G.V.R. ***Exhaust nozzle contour for maximum thrust***. Jet Propulsion, v.28, p. 377-382, Jun. 1958.



- RAO, G.V.R. **Approximation of optimum thrust nozzle contours**. ARS Journal, p. 561, Jun. 1960.
- ROACHE, P. J. **Fundamentals of computational fluid dynamics**. Albuquerque: Hermosa Publishers, 1998.
- SAUER, R. **General characteristics of the flow through nozzles at near critical speeds**. NACA TM-1147. Washington: NACA, 1944.
- SCHLEY, C.A., HAGEMANN, G., KRÜLLE, G. **Towards an optimal concept for numerical codes simulating thrust chamber processes in high pressure chemical propulsion systems**. Aerospace Science and Technology, v.1, n.3, p.203-213, 1997.
- SCHMUCKER, R.H. **Flow processes in overexpanded chemical rocket nozzles. Part 1: Flow separation**. NASA TM-77396. Washington: 1984.
- SCHNEIDER, G.E.; ZEDAN, M.A. **Modified strongly implicit procedure for the numerical solution of field problems**. Numerical Heat Transfer, v.4, p.1-19, 1981.
- SERRA, R. **Determination of internal gas flows by a transient numerical technique**. AIAA Journal, v. 10, n.5, p. 603-611, 1972.
- SHIEH, C.F. **Navier-Stokes solutions of transonic nozzle flow with shock-induced flow separations**. Journal of Propulsion and power. v.8, n.4, p.829-835, Jul.-Aug.1992.
- SILVA, L.F.F.; FILHO, G.F.A.; PAGLIONE, P. **Avaliação da região transônica em bocais convergente-divergente**. III ENCIT, Itapema-SC: Dezembro 1990.
- SMITH, T.A. **Boundary layer development as a function of chamber pressure in the NASA Lewis 1030:1 area ratio rocket nozzle**. Nasa TM 100917. AIAA-88-3301. Oct. 1988.
- SUBIN, H. **Optimization of nozzle**. International journal of applied research and studies. v.2, n. 4, Dec. 2013.
- SUTTON, G.P.; BIBLARZ, O. **Rocket propulsion elements**. 8 ed. New York: J. Wiley, 2010.
- TIPLER, P.A.; MOSCA, G. **Física para cientistas e engenheiros – Vol.1**. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- TURNER, M.J.L. **Rocket and spacecraft propulsion**. 2 ed. Chichester: Springer, 2006.
- VAN DOORMAAL, J.P.; RATHBY, G.D. **Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flow**. Numerical Heat Transfer, v. 7, p. 147-163, 1984.
- VISBAL, M.; KNIGHT, D. **The Baldwin-Lomax Turbulence model for two-dimensional shock-wave/boundary-layer interactions**. AIAA Journal, Reston, v.22, n.7, Jul. 1984.
- WHITE, F.M. **Viscous fluid flow**. 2 Ed. New York: McGraw Hill, 1991.
- WILCOX, D.C. **Turbulence modeling for CFD**. 2 ed. DWC Industries. La Canada: 2000.

## APÊNDICE A. Coeficientes e termos fonte dos sistemas de equações lineares para a solução do escoamento invíscido (Euler)

### A.1. Coeficientes e termos fonte para os volumes reais

Discretizando as Eqs. (4.1) a (4.11) com o MVF e as aproximações dadas pelas Tabela 4.1 e Tabela 4.2, para cada volume de controle, representado pelo volume genérico “P” da Figura 4.3 (a), as equações algébricas lineares obtidas em cada volume pode ser representada por

$$a_p^\phi \phi_P + a_e^\phi \phi_E + a_w^\phi \phi_W + a_n^\phi \phi_N + a_s^\phi \phi_S + b_p^\phi = 0 \quad (\text{A.1})$$

onde  $\phi$  é uma propriedade genérica que pode assumir os valores de  $p'$  (correção da pressão),  $u$ ,  $v$ , e  $T$ , representando as equações da conservação da massa, da conservação da quantidade de movimento em  $x$  e em  $y$ , e da conservação da energia, respectivamente.

Sabendo que  $C_p^\phi$  assume o valor 1 nas equações da conservação da massa e da quantidade de movimento em  $x$  e  $y$ , e  $c_p$  na equação da conservação da energia, os coeficientes e termo fonte para estas equações, com base na Eq. (A.1), são expressos por

$$a_p^\phi = \frac{y_p C_p^\phi \rho_p}{J_p} \frac{\Delta \eta \Delta \xi}{\Delta t} - (a_e^\phi + a_w^\phi + a_s^\phi + a_n^\phi) \quad (\text{A.2})$$

$$a_e^\phi = C_p^\phi y_e U_e \rho_e \left( \frac{1}{2} - \lambda_e \right) \Delta \eta \quad (\text{A.3})$$

$$a_w^\phi = -C_p^\phi y_w U_w \rho_w \left( \frac{1}{2} + \lambda_w \right) \Delta \eta \quad (\text{A.4})$$

$$a_n^\phi = C_p^\phi y_n V_n \rho_n \left( \frac{1}{2} - \lambda_n \right) \Delta \xi \quad (\text{A.5})$$

$$a_s^\phi = -C_p^\phi y_s U_s \rho_s \left( \frac{1}{2} + \lambda_s \right) \Delta \xi \quad (\text{A.6})$$

$$b_p^\phi = \frac{y_p C_p^\phi \rho_p^0 \phi_p^0}{J_p} \frac{\Delta \eta \Delta \xi}{\Delta t} + y_p b_p^{p^\phi} \quad (\text{A.7})$$

Onde

$$\lambda_e = \begin{cases} 1/2, & \text{se } U_e \geq 0 \\ -1/2, & \text{se } U_e < 0 \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

$$\lambda_w = \begin{cases} 1/2, & \text{se } U_w \geq 0 \\ -1/2, & \text{se } U_w < 0 \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

$$\lambda_n = \begin{cases} 1/2, & \text{se } V_n \geq 0 \\ -1/2, & \text{se } V_n < 0 \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

$$\lambda_x = \begin{cases} 1/2, & \text{se } V_x \geq 0 \\ -1/2, & \text{se } V_x < 0 \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

Para a conservação da quantidade de movimento em x, o termo fonte resulta:

$$b_p^{P^u} = \left( y_\xi|_n \frac{P_N + P_P}{2} - y_\xi|_s \frac{P_S + P_P}{2} \right) \Delta \xi - \left( y_\eta|_e \frac{P_E + P_P}{2} - y_\eta|_w \frac{P_W + P_P}{2} \right) \Delta \eta \quad (\text{A.12})$$

Para a conservação da quantidade de movimento em y, o termo fonte é:

$$b_p^{P^v} = \left( x_\eta|_e \frac{P_E + P_P}{2} - x_\eta|_w \frac{P_W + P_P}{2} \right) \Delta \eta - \left( x_\xi|_n \frac{P_N + P_P}{2} - x_\xi|_s \frac{P_S + P_P}{2} \right) \Delta \xi \quad (\text{A.13})$$

Para a conservação da energia o termo fonte é dado por:

$$\begin{aligned}
 b_p^{p'} = & \frac{1}{J} (p_p - p_p^0) \frac{\Delta \eta \Delta \xi}{\Delta t} + \\
 & - \frac{1}{2} u_p \left[ y_{\xi} \Big|_n (P_N + P_P) - y_{\xi} \Big|_s (P_S + P_P) \right] \Delta \xi + \\
 & + \frac{1}{2} u_p \left[ y_{\eta} \Big|_e (P_E + P_P) - y_{\eta} \Big|_w (P_W + P_P) \right] \Delta \eta + \\
 & - \frac{1}{2} v_p \left[ x_{\eta} \Big|_e (P_E + P_P) - x_{\eta} \Big|_w (P_W + P_P) \right] \Delta \eta + \\
 & + \frac{1}{2} v_p \left[ x_{\xi} \Big|_n (P_N + P_P) - x_{\xi} \Big|_s (P_S + P_P) \right] \Delta \xi
 \end{aligned} \tag{A.14}$$

A equação da conservação da massa é usada para obter a correção da pressão. Para obter estes coeficientes foi utilizado o método SIMPLEC (MALISKA, 2004, p. 295). Considerando a forma geral

$$a_p^{p'} p'_p + a_e^{p'} p'_e + a_w^{p'} p'_w + a_n^{p'} p'_n + a_s^{p'} p'_s + b_p^{p'} = 0 \tag{A.15}$$

Cujos coeficientes são

$$\begin{aligned}
 a_p^{p'} = & \left( \frac{y_p}{J_p \Delta t} + y_e \left( \frac{1}{2} + \lambda_e \right) U_e \Delta \eta - \left( \frac{1}{2} - \lambda_w \right) U_w \Delta \eta + \right. \\
 & \left. + y_n \left( \frac{1}{2} + \lambda_n \right) V_n \Delta \xi - y_s \left( \frac{1}{2} - \lambda_s \right) V_s \Delta \xi \right) \frac{1}{RT_p} + \\
 & + y_e \rho_e \bar{d}_{Ue}^P \Delta \eta \Delta \xi + y_w \rho_w \bar{d}_{Uw}^P \Delta \eta \Delta \xi + y_n \rho_n \bar{d}_{Vn}^P \Delta \eta \Delta \xi + y_s \rho_s \bar{d}_{Vs}^P \Delta \eta \Delta \xi
 \end{aligned} \tag{A.16}$$

$$a_E^{p'} = y_e \Delta \eta \left\{ \left[ \left( \frac{1}{2} - \lambda_e \right) U_e \right] \frac{1}{RT_E} - \rho_e \bar{d}_{Ue}^P \Delta \xi \right\} \tag{A.17}$$

$$a_W^{p'} = -y_w \Delta \eta \left\{ \left[ \left( \frac{1}{2} + \lambda_w \right) U_w \right] \frac{1}{RT_W} + \rho_w \bar{d}_{Uw}^P \Delta \xi \right\} \tag{A.18}$$

$$a_N^{p'} = y_n \Delta \xi \left\{ \left[ \left( \frac{1}{2} - \lambda_n \right) V_n \right] \frac{1}{RT_N} - \rho_n \bar{d}_{Vn}^P \Delta \eta \right\} \tag{A.19}$$

$$a_s^{p'} = -y_s \Delta \xi \left\{ \left[ \left( \frac{1}{2} + \lambda_s \right) V_s \right] \frac{1}{RT_s} + \rho_s \bar{d}_{V_s}^P \Delta \eta \right\} \quad (\text{A.20})$$

Para o termo fonte da correção da pressão o superescrito “estim” indica um valor incorreto da propriedade, um valor que resultou de um campo de pressões estimado. Já o superescrito “\*” indica o valor da propriedade na iteração anterior. Com base no procedimento do método SIMPLEX

$$\begin{aligned} b^{p'} = & -\frac{y_p}{J_p \Delta t} (\rho_p - \rho_p^0) + \\ & + y_e \rho_e^* \Delta \eta (U_e^* + U_e^{estim}) - y_w \rho_w^* \Delta \eta (U_w^* + U_w^{estim}) + \\ & + y_n \rho_n^* \Delta \xi (V_n^* + V_n^{estim}) - y_s \rho_s^* \Delta \xi (V_s^* + V_s^{estim}) + \\ & + y_e U_e^* \Delta \eta \left[ \left( \frac{1}{2} + \lambda_e \right) \rho_P^{estim} + \left( \frac{1}{2} - \lambda_e \right) \rho_E^{estim} \right] + \\ & - y_w U_w^* \Delta \eta \left[ \left( \frac{1}{2} - \lambda_w \right) \rho_P^{estim} + \left( \frac{1}{2} + \lambda_w \right) \rho_W^{estim} \right] + \\ & + y_n V_n^* \Delta \xi \left[ \left( \frac{1}{2} + \lambda_n \right) \rho_P^{estim} + \left( \frac{1}{2} - \lambda_n \right) \rho_N^{estim} \right] + \\ & - y_s V_s^* \Delta \xi \left[ \left( \frac{1}{2} - \lambda_s \right) \rho_P^{estim} + \left( \frac{1}{2} + \lambda_s \right) \rho_S^{estim} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Os termos de massa específica nas faces, na iteração anterior, são obtidos usando as seguintes relações:

$$\rho_e^* = \left( \frac{1}{2} + \lambda_e \right) \rho_P^* + \left( \frac{1}{2} - \lambda_e \right) \rho_E^* \quad (\text{A.22})$$

$$\rho_w^* = \left( \frac{1}{2} + \lambda_w \right) \rho_W^* + \left( \frac{1}{2} - \lambda_w \right) \rho_P^* \quad (\text{A.23})$$

$$\rho_n^* = \left( \frac{1}{2} + \lambda_n \right) \rho_P^* + \left( \frac{1}{2} - \lambda_n \right) \rho_N^* \quad (\text{A.24})$$

$$\rho_s^* = \left( \frac{1}{2} + \lambda_s \right) \rho_S^* + \left( \frac{1}{2} - \lambda_s \right) \rho_P^* \quad (\text{A.25})$$

As velocidades contravariantes nas faces leste (e) e norte (n) são obtidas através de (MALISKA, 2004, p. 299):

$$U_e = \frac{1}{(a_p^u)_P + (a_p^u)_E} \left\{ \left( \frac{y_p \rho_p^0}{J_p} + \frac{y_E \rho_E^0}{J_E} \right) \frac{U_e^0}{\Delta t} - \left[ \begin{aligned} & (a_w^u)_P u_W + (a_e^u)_P u_E + \\ & (a_s^u)_P u_S + (a_n^u)_P u_N + \\ & (a_w^u)_E u_P + (a_e^u)_E u_{EE} + \\ & (a_s^u)_E u_{SE} + (a_n^u)_E u_{NE} \end{aligned} \right] y_{\eta}|_e + \right. \\ \left. + \left[ \begin{aligned} & (a_w^u)_P v_W^* + (a_e^u)_P v_E^* + (a_s^u)_P v_S^* + (a_n^u)_P v_N^* + \\ & (a_w^u)_E v_P^* + (a_e^u)_E v_{EE}^* + (a_s^u)_E v_{SE}^* + (a_n^u)_E v_{NE}^* \end{aligned} \right] x_{\eta}|_e + \right. \\ \left. + 2 \left[ y_e y_{\eta}|_e \left( y_{\xi}|_e \frac{p_N + p_{NE} - p_S - p_{SE}}{4} + y_{\eta}|_e (p_P - p_E) \right) \right] + \right. \\ \left. - 2 \left[ y_e x_{\eta}|_e \left( x_{\xi}|_e \frac{p_S + p_{SE} - p_N - p_{NE}}{4} + x_{\eta}|_e (p_E - p_P) \right) \right] \right\} \quad (A.26)$$

$$V_n = \frac{1}{(a_p^u)_P + (a_p^u)_N} \left\{ \left( \frac{y_p \rho_p^0}{J_p} + \frac{y_N \rho_N^0}{J_N} \right) \frac{V_n^0}{\Delta t} - \left[ \begin{aligned} & (a_w^u)_P v_W^* + (a_e^u)_P v_E^* + \\ & (a_s^u)_P v_S^* + (a_n^u)_P v_N^* + \\ & (a_w^u)_N v_{NW}^* + (a_e^u)_N v_{NE}^* + \\ & (a_s^u)_N v_P^* + (a_n^u)_N v_{NN}^* \end{aligned} \right] x_{\xi}|_n + \right. \\ \left. + \left[ \begin{aligned} & (a_w^u)_P u_W + (a_e^u)_P u_E + (a_s^u)_P u_S + (a_n^u)_P u_N + \\ & (a_w^u)_N u_{NW} + (a_e^u)_N u_{NE} + (a_s^u)_N u_P + (a_n^u)_E u_{NN} \end{aligned} \right] y_{\xi}|_n + \right. \\ \left. + 2 \left[ y_n x_{\xi}|_n \left( x_{\eta}|_n \frac{p_E + p_{NE} - p_W - p_{NW}}{4} + x_{\xi}|_n (p_P - p_N) \right) \right] + \right. \\ \left. - 2 \left[ y_n y_{\xi}|_n \left( y_{\eta}|_n \frac{p_W + p_{NW} - p_E - p_{NE}}{4} + y_{\xi}|_n (p_N - p_P) \right) \right] \right\} \quad (A.27)$$

Os coeficientes do método SIMPLEC são definidos para as faces leste (e), oeste (w), norte (n) e sul (s). A seguir são apresentadas as expressões para as faces leste e norte, sendo as outras faces obtidas de forma análoga (MALISKA, 2004, p. 298)

$$d_e = \frac{2y_e \Delta t}{(m_p^0 + m_E^0)} \left[ (r_{\eta})_e^2 + (x_{\eta})_e^2 \right] \quad (A.28)$$

$$d_n = \frac{2y_n \Delta t}{(m_p^0 + m_N^0)} \left[ (x_{\xi})_n^2 + (y_{\xi})_n^2 \right] \quad (A.29)$$

As correções da velocidade, pressão e massa específica são feitas usando a correção da pressão ( $p'$ ):

$$u_p = u_p^{atual} + \frac{\Delta t}{m_p^0} \frac{y_p}{2} \left[ (p'_P + p'_N) y_{\xi}|_n - (p'_P + p'_S) y_{\xi}|_s + (p'_P + p'_W) y_{\eta}|_w - (p'_P + p'_E) y_{\eta}|_e \right] \quad (\text{A.30})$$

$$v_p = v_p^{atual} + \frac{\Delta t}{m_p^0} \frac{y_p}{2} \left[ (p'_P + p'_E) x_{\eta}|_e - (p'_P + p'_W) x_{\eta}|_w + (p'_P + p'_S) x_{\xi}|_s - (p'_P + p'_N) y_{\xi}|_n \right] \quad (\text{A.31})$$

$$U_e = U_e^* + d_e (p'_P - p'_E) \quad (\text{A.32})$$

$$V_n = V_n^* + d_n (p'_P - p'_N) \quad (\text{A.33})$$

$$p = p^{atual} + p' \quad (\text{A.34})$$

$$\rho = \rho^{atual} + \frac{p'}{RT} \quad (\text{A.35})$$

## A.2. Coeficientes e termos fonte para os volumes fictícios

Para encontrar os coeficientes e termos fonte para os volumes fictícios basta aplicar as condições de contorno a estes elementos.

Conservação da massa (SUL)

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \rightarrow p'_p = p'_N \quad (\text{A.36})$$

$$a_p^{p'} = 1, \quad a_n^{p'} = -1, \quad a_e^{p'} = a_w^{p'} = a_s^{p'} = b_p^{p'} = 0 \quad (\text{A.37})$$

Conservação da quantidade de movimento na direção x (SUL),

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0 \rightarrow u_p = u_N \quad (\text{A.38})$$

$$a_p^u = 1, \quad a_n^u = -1, \quad a_e^u = a_w^u = a_s^u = b_p^u = 0 \quad (\text{A.39})$$

Conservação da quantidade de movimento na direção y (SUL)

$$v = 0 \quad (\text{A.40})$$

$$a_p^v = 1, \quad a_e^v = a_w^v = a_n^v = a_s^v = b_p^v = 0 \quad (\text{A.41})$$

Conservação da energia (SUL)

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0 \rightarrow T_p = T_N \quad (\text{A.42})$$

$$a_p^T = 1, \quad a_n^T = -1, \quad a_e^T = a_w^T = a_s^T = b_p^T = 0 \quad (\text{A.43})$$

Conservação da massa (OESTE)

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \rightarrow p_p' = p_N' \quad (\text{A.44})$$

$$a_p^{p'} = 1, \quad a_n^{p'} = 1, \quad a_e^{p'} = a_w^{p'} = a_s^{p'} = b_p^{p'} = 0 \quad (\text{A.45})$$

Conservação da quantidade de movimento na direção x (OESTE)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \rightarrow \frac{u_p - u_E}{2x_E} = \frac{u_E - u_{EE}}{x_{EE} - x_E} \quad (\text{A.46})$$

$$a_p^u = 1, \quad a_e^u = -1, \quad a_w^u = a_n^u = a_s^u = 0, \quad b_p^u = \frac{2x_E}{x_{EE} - x_E} (u_E - u_{EE}) \quad (\text{A.47})$$

Conservação da quantidade de movimento em y (OESTE)

$$v = 0 \quad (\text{A.48})$$



$$a_p^v = 1, \quad a_e^v = a_w^v = a_n^v = a_s^v = b_p^v = 0 \quad (\text{A.49})$$

Conservação da energia (OESTE)

$$\frac{T_P + T_E}{2} = T_{\text{entrada}} \quad (\text{A.50})$$

$$a_p^T = 1, \quad a_e^T = 1, \quad a_w^T = a_n^T = a_s^T = 0, \quad b_p^T = 2T_{\text{entrada}} \quad (\text{A.51})$$

Para o leste, todas as propriedades têm as mesmas condições de contorno, então são mostradas a seguir as expressões para  $u$ ,  $v$ ,  $T$  e  $p'$ , sendo representadas por uma propriedade genérica  $\Phi$  (LESTE)

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 \rightarrow \frac{\phi_P - \phi_W}{2(x_w - x_W)} = \frac{\phi_W - \phi_{WW}}{x_W - x_{WW}} \quad (\text{A.52})$$

$$a_p^\phi = 1, \quad a_w^\phi = -1, \quad a_e^\phi = a_n^\phi = a_s^\phi = 0, \quad b_p^\phi = \frac{2(x_w - x_W)}{x_W - x_{WW}} (\phi_W - \phi_{WW}) \quad (\text{A.53})$$

Conservação da massa (NORTE)

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \rightarrow p'_p = p'_N \quad (\text{A.54})$$

$$a_p^{p'} = 1, \quad a_n^{p'} = 1, \quad a_e^{p'} = a_w^{p'} = a_s^{p'} = b_p^{p'} = 0 \quad (\text{A.55})$$

Conservação da quantidade de movimento na direção  $x$  (NORTE)

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0 \quad (\text{A.56})$$

$$a_p^u = 1, \quad a_s^u = 1, \quad a_e^u = a_w^u = a_n^u = 0, \quad b_p^u = 2\lambda_p^u x_\xi \Big|_s \sqrt{\frac{u_s^2 + v_s^2}{(x_\xi \Big|_s)^2 + (y_\xi \Big|_s)^2}} \quad (\text{A.57})$$

Onde

$$\lambda_p^u = \begin{cases} 1, & se \quad u_s x_{\xi}|_s + v_s y_{\xi}|_s \geq 0 \\ -1, & se \quad u_s x_{\xi}|_s + v_s y_{\xi}|_s < 0 \end{cases} \quad (A.58)$$

Conservação da quantidade de movimento na direção y (NORTE)

$$\frac{\partial v}{\partial n} = 0 \quad (A.59)$$

$$a_p^v = 1, \quad a_s^v = 1, \quad a_e^v = a_w^v = a_n^v = 0, \quad b_p^v = 2\lambda_p^u y_{\xi}|_s \sqrt{\frac{u_s^2 + v_s^2}{(x_{\xi}|_s)^2 + (y_{\xi}|_s)^2}} \quad (A.60)$$

Onde,

$$\lambda_p^u = \begin{cases} 1, & se \quad u_s x_{\xi}|_s + v_s y_{\xi}|_s \geq 0 \\ -1, & se \quad u_s x_{\xi}|_s + v_s y_{\xi}|_s < 0 \end{cases} \quad (A.61)$$

Conservação da energia (NORTE)

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (A.62)$$

$$a_p^T = 1, \quad a_s^T = -1, \quad a_e^T = a_w^T = a_n^T = 0, \quad b_p^T = \frac{\beta_s}{\gamma_s} (T_E + T_{SE} - T_W - T_{SW}) \quad (A.63)$$

## APÊNDICE B. Obtenção dos dados experimentais de pressão da tubeira BMG45-15

Para leitura dos valores a partir do gráfico apresentado na Figura 5.2 (p. 94) foi utilizado um *software* de leitura de dados, o *Getdata Graph Digitizer 2.5* (GGD).

O documento onde os dados experimentais foram obtidos é um arquivo “pdf”. O procedimento para obtenção dos dados foi copiar a figura (gráfico) para o *Paintbrush* e salvá-lo com a extensão “.tif”. Este arquivo foi então usado no *software* GGD, onde são locados e definidos os valores de  $x_{\min}$ ,  $x_{\max}$ ,  $y_{\min}$  e  $y_{\max}$ , que são as informações que o programa usa para definir as escalas do gráfico. A partir daí são coletados os valores nos pontos de interesse.

Este procedimento mostrou ser muito dependente de como é feita a cópia da figura a partir do “.pdf”. Se for feita com o arquivo em escala de exibição de 100% o arquivo “.tif” resultante tem um baixo número de *pixels*, que são a unidade de leitura do GGD. Com isto, as diferenças de valores nos dados obtidos em *pixels* vizinhos é elevada, gerando erros relativos que podem diferir em até 6%. Por exemplo, se o dado obtido em um pixel resulta em erro relativo de 2%, o erro usando o dado do pixel vizinho poderia chegar a 8%. Esse nível de incerteza tornou a validação extremamente duvidosa.

O erro relativo (ER) para uma variável genérica “ $\phi$ ” foi obtido por

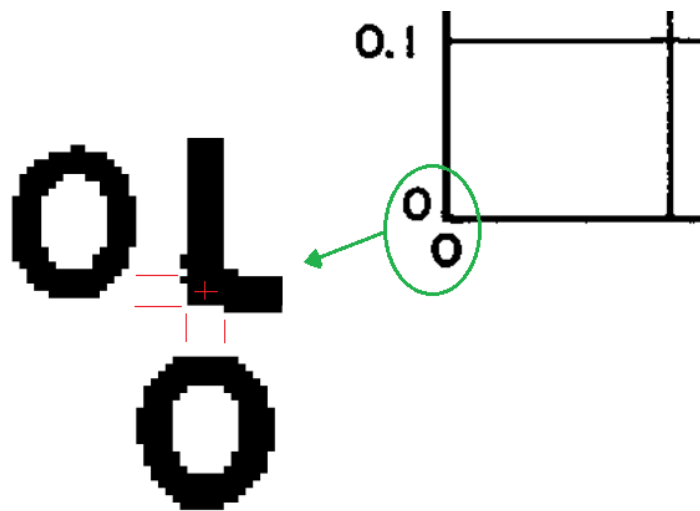
$$ER[\%] = \frac{|\phi_{numérica} - \phi_{experimental}|}{\phi_{experimental}} \quad (B.1)$$

A opção então foi gerar o arquivo “.tif” a partir do “.pdf” com exibição de 1600%. Isto fez com que essa dependência do pixel utilizado que antes chegava a 6% não chegasse a 1% para alguns pontos.

Um efeito negativo dessa ampliação foi tornar as linhas de ordenada/abscissa mais espessas. Se antes elas eram representadas por 3 ou 4 *pixels*, agora passaram a ser representadas por 20 a 30 píxeis. Isto faz com que a definição da origem para leitura dos dados com o GGD acabe gerando outra

incerteza, pois existirá diferença ao considerar a origem na face interna, ou na face externa, ou mesmo no centro da linha.

A Figura B.1 mostra a origem no gráfico de dados experimentais obtidos da Figura 5.2. Pode-se ver nessa figura outro problema de leitura que são os desalinhamentos de algumas linhas, fonte de mais incertezas. Porém essas não foram quantificadas, não sendo consideradas no trabalho.



**Figura B.1– Região da origem no gráfico dos dados experimentais**

Foram medidas no GGD as espessuras das linhas dos eixos das abscissa (axial) e ordenada (pressão) e os valores foram:

- $x$  [mm]: 0,4879
- $p/p_0$  [-]:  $3,888 \cdot 10^{-3}$

Definindo a origem como o centro das linhas (Figura B.1) a incerteza de posição da origem, pode ser definida como a metade da espessura das linhas

$$U_{x[mm]}^{gráfico} = \pm 0,244 \quad (B.2)$$

$$U_{\frac{p}{p_0}[-]}^{gráfico} = \pm 1,944 \cdot 10^{-3} \quad (B.3)$$

Considerando que a posição de medida das pressões também tem incerteza de 0,0508 mm (0,002”), o valor obtido da posição do instrumento dada pelo gráfico

será influenciado por esses dois valores, resultando então para a incerteza de posição do instrumento:

$$U_{x[mm]}^{experimento} = \pm 0,295 \quad (B.4)$$

Já para as medidas de pressão a incerteza será a composição de uma parcela gerada pelo instrumento e outra vinda da leitura imperfeita do gráfico. Como a instrumental depende da região onde a leitura foi efetuada, tem-se

$$U_{p/p_0}(\text{convergente}) = \pm \left[ 1,944 \cdot 10^{-3} + 0,05 \cdot p/p_{0\text{gráfico}} \right] \quad (B.5)$$

$$U_{p/p_0}(\text{restante}) = \pm \left[ 1,944 \cdot 10^{-3} + 0,01 \cdot p/p_{0\text{gráfico}} \right] \quad (B.6)$$

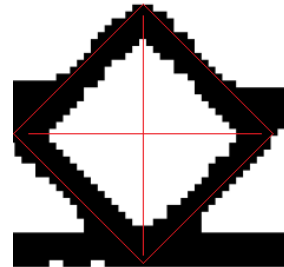
A região convergente foi considerada como sendo a seção de entrada até a tangente do convergente com o raio de curvatura da garganta. Vai do ponto 1 ao 7 (Figura 5.2). O restante da tubeira compreende a garganta e o divergente.

Devido à imperfeição do marcador padrão (Figura B.2(a)) e a não existência da indicação da posição exata de seu centro, onde supostamente estão a pressão e posição do instrumento, foi gerado um marcador auxiliar, uma espécie de alvo, mostrado em vermelho na Figura B.2 (b).

Este marcador auxiliar foi usado para enquadrar melhor cada ponto de medição de forma a auxiliar na definição do centro do marcador (Figura B.2(b)). Ele tem formas mais regulares, sendo as linhas compostas por somente um pixel de espessura. Supondo que tenha sido bem enquadrado no marcador original tem-se uma leitura mais adequada.



(a) Marcador padrão

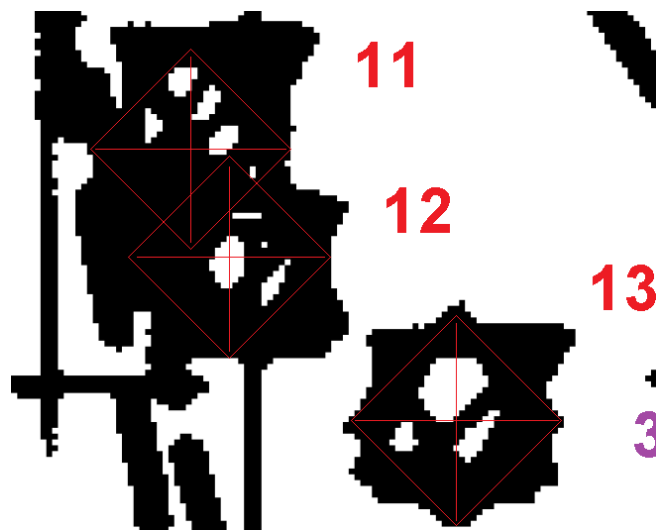


(b) "Alvo" aplicado ao marcador

**Figura B.2 – Marcadores usados para apresentação dos dados do teste 351**

O marcador auxiliar foi muito útil para a maioria dos pontos, porém, para outros a dificuldade foi devida à sobreposição de marcadores de outros testes feitos na mesma tubeira e apresentados no mesmo gráfico.

A Figura B.3 mostra a localização do marcador para alguns desses. O ponto 13 é mais fácil de locar, porém os pontos 11 e 12 são incertos com relação ao local onde a leitura foi feita. Estes pontos são “poluídos” por marcadores dos outros testes e as linhas do próprio gráfico, que se sobrepõem. O gráfico apresenta os dados de sete experimentos, cada um com uma geometria de marcador específica.



**Figura B.3– Definição dos dados experimentais dos pontos 11, 12 e 13 (Fonte: Figura 3 de Back, Massier e Gier, 1965a, p. 1610)**

Antes de definir essa forma de leitura dos dados experimentais, foram feitos vários estudos para avaliar o melhor procedimento para obtenção desses dados, entre eles,

- Média entre os valores das pressões nos vértices leste e oeste;
- Média de vários pontos lidos entre os vértices leste e oeste;
- Média das leituras do valor central do marcador (sem usar o marcador auxiliar) a partir de dois softwares (*paintbrush* e GDD); e

Usando cada um dos dois softwares (*paintbrush* e GDD) foi feito um conjunto de 20 leituras do valor central do marcador (sem o marcador auxiliar), avaliou-se a média, desvio padrão, etc.

## APÊNDICE C. Gráficos adicionais da validação.

A seguir são apresentados resultados numéricos obtidos no processo de validação para os campos de pressão, temperatura, velocidade, e outros.

### C.1. Tubeira BMG30-15

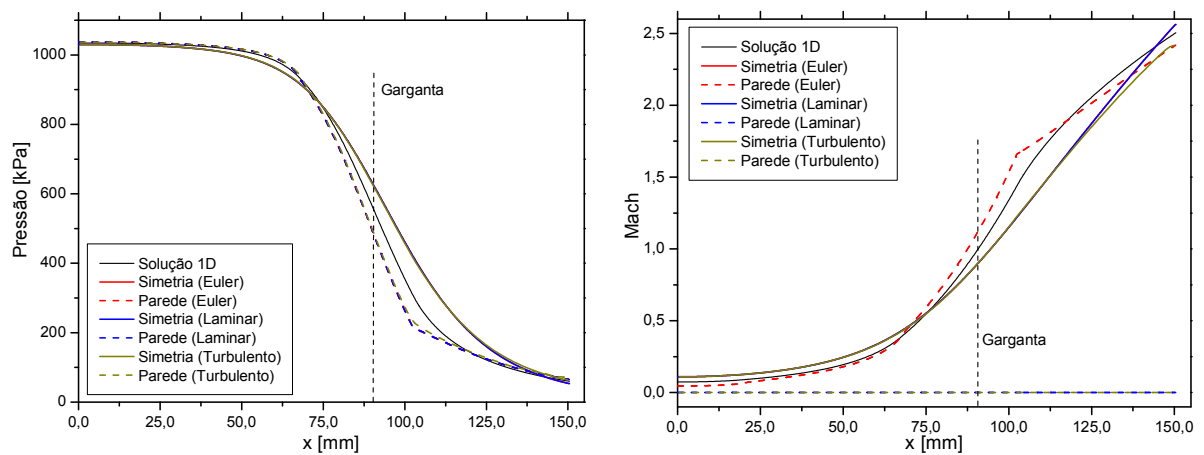


Figura C.1 – Campos de pressão e Mach

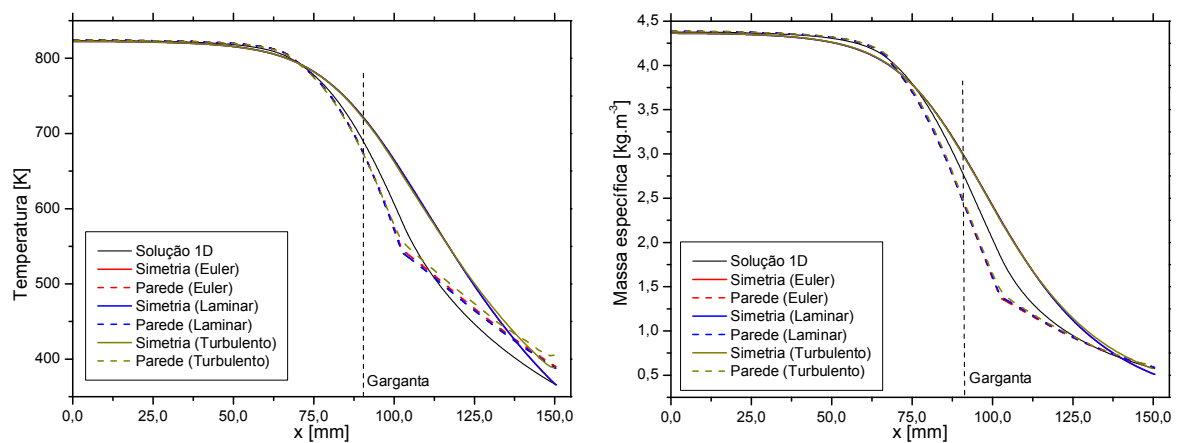


Figura C.2 – Campos de temperatura e massa específica

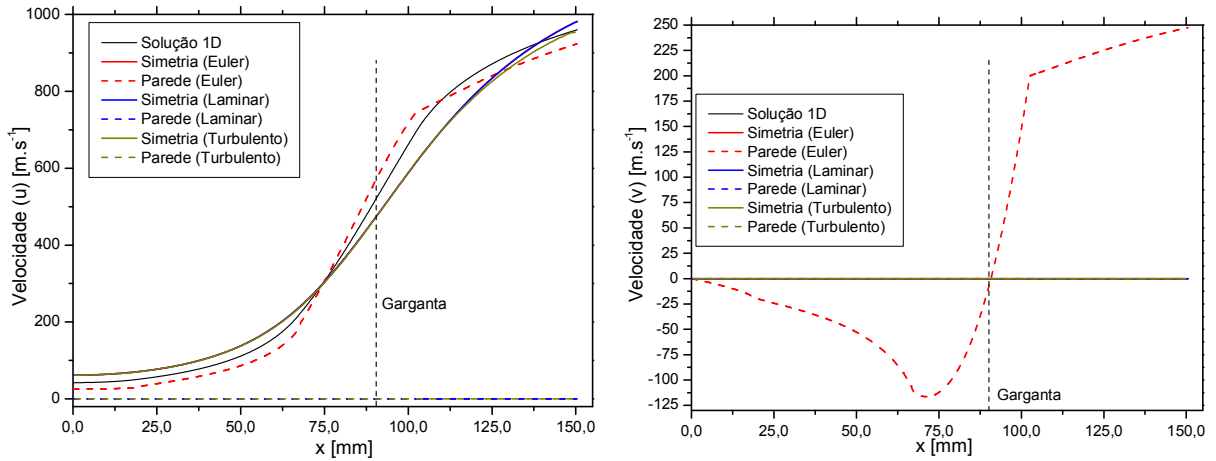


Figura C.3 – Campos das componentes u e v da velocidade

## C.2. Tubeira BMG45-15

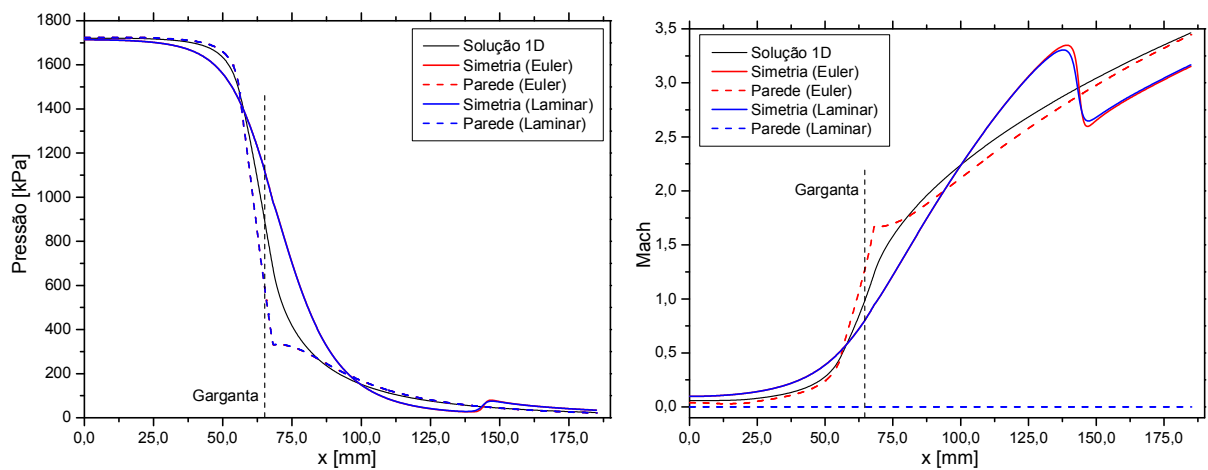


Figura C.4 – Campos de pressão e Mach

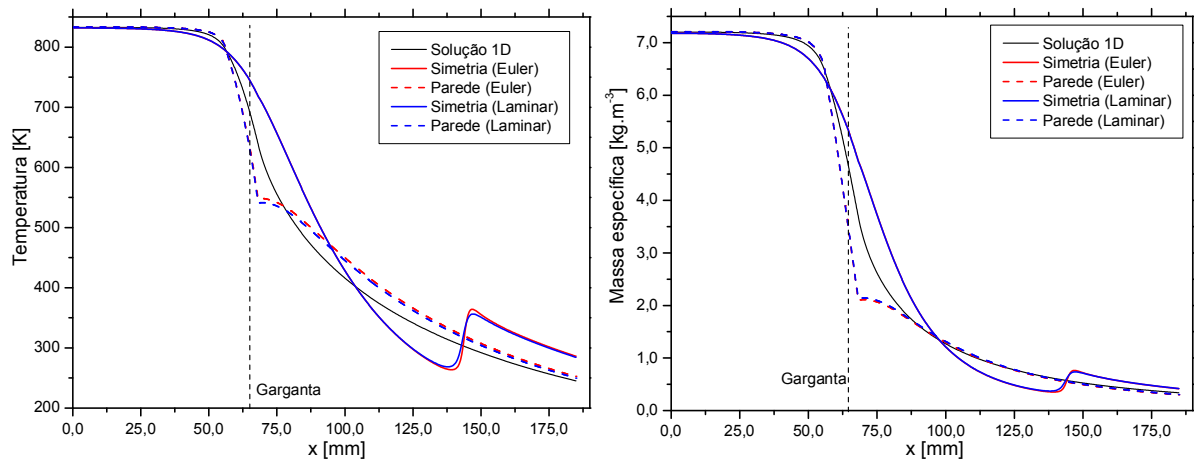


Figura C.5 – Campos de temperatura e massa específica



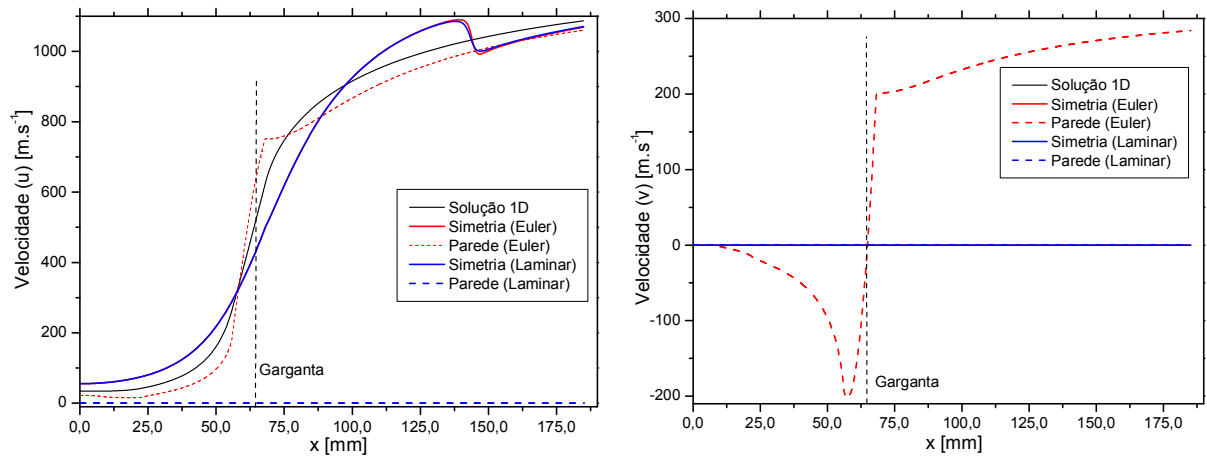


Figura C.6 – Campos das componentes  $u$  e  $v$  da velocidade

### C.3. Campo de pressões das tubeiras 1.64BMG, 2.51BMG e 4.02BMG

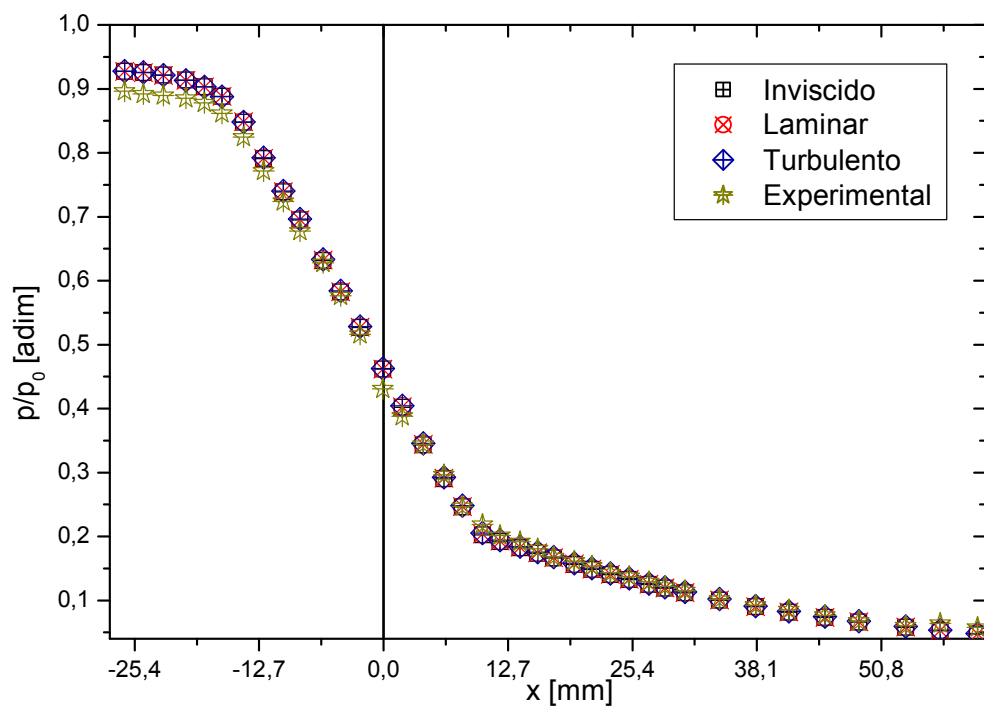


Figura C.7 – Campo de pressões para tubeira 1.64BMG

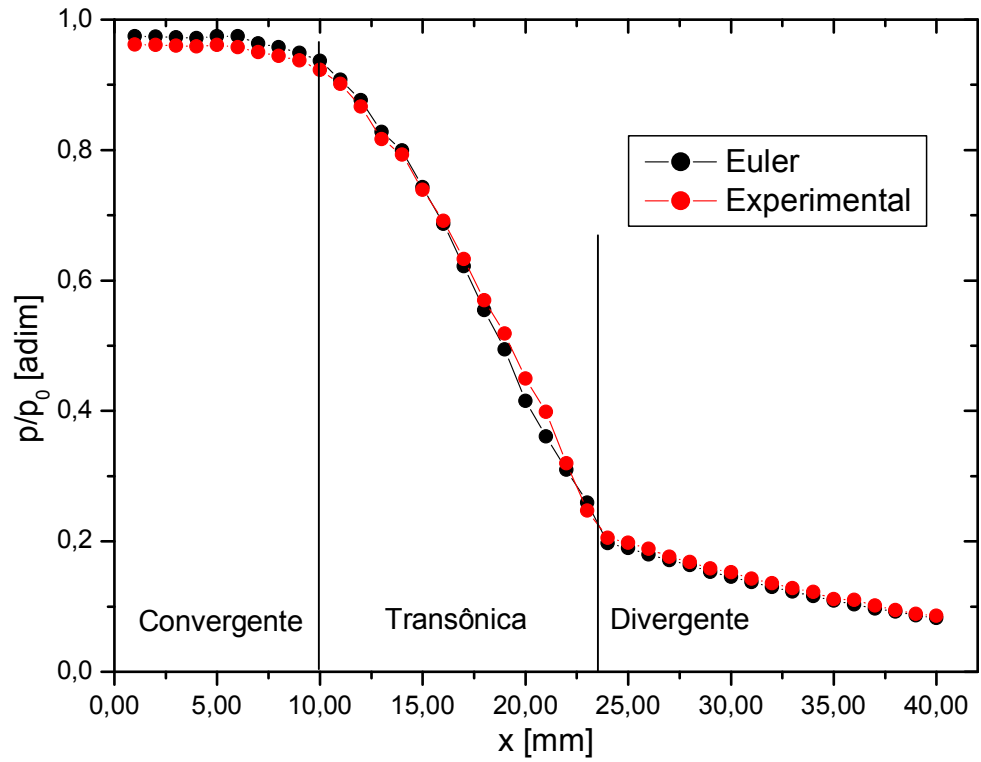


Figura C.8 – Campo de pressões para tubeira 2.51BMG

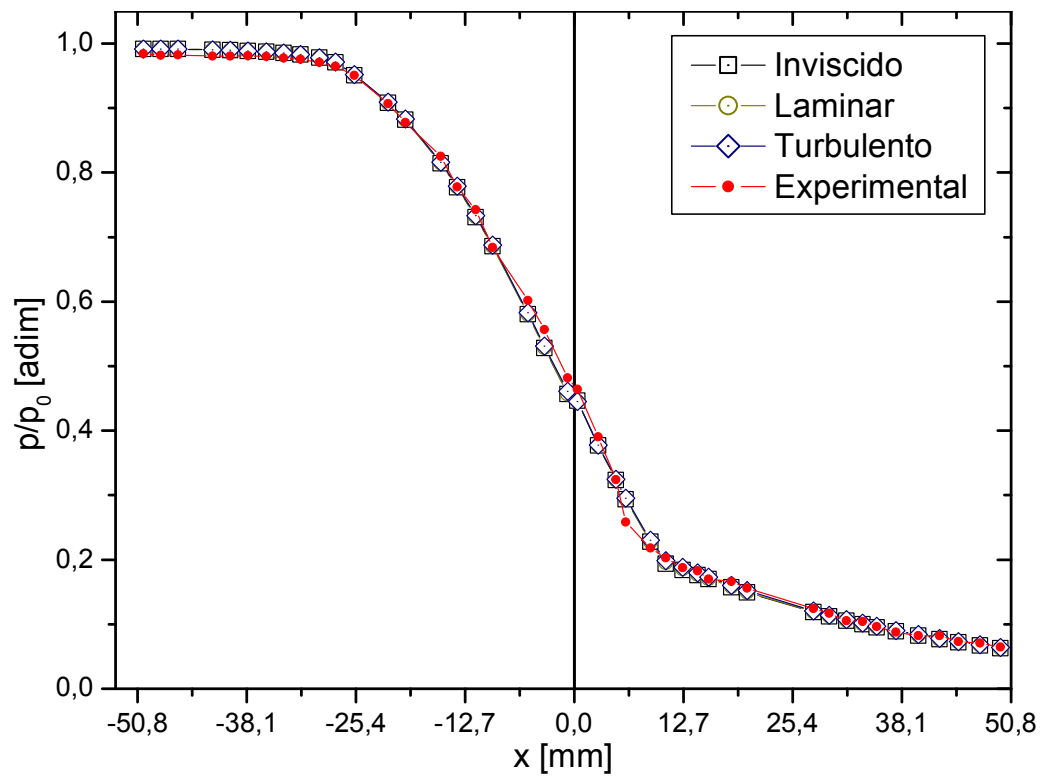


Figura C.9 – Campo de pressões para tubeira 4.02BMG

## APÊNDICE D. Gráficos adicionais da seção 6.4

A seguir são mostrados alguns gráficos adicionais, apresentando outras variáveis, usados para comparar as tubeiras e avaliar o efeito do raio de curvatura  $R_{c2}$  (seção 6.4) sobre os parâmetros de desempenho.

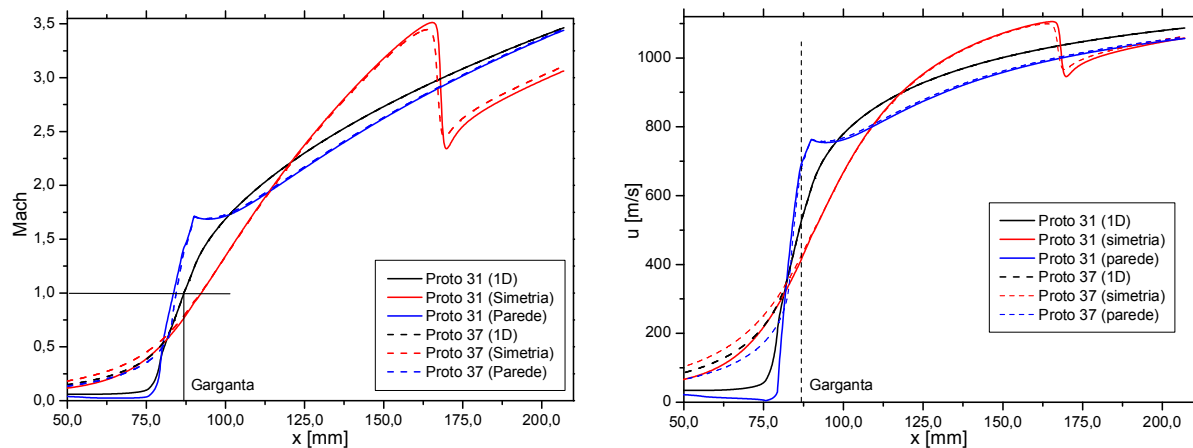


Figura D.1 – Campos de Mach e de velocidade ( $u$ ) para tubeiras Proto 31 e Proto 37

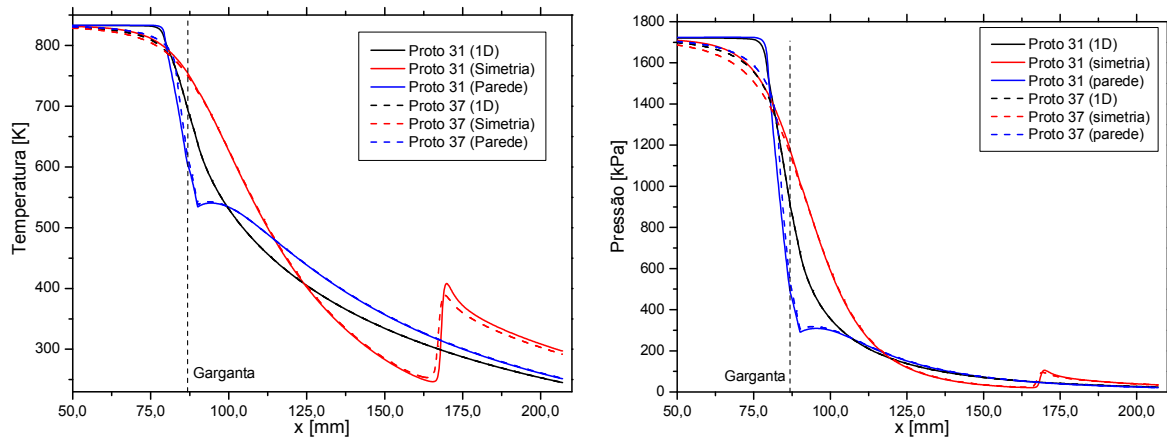
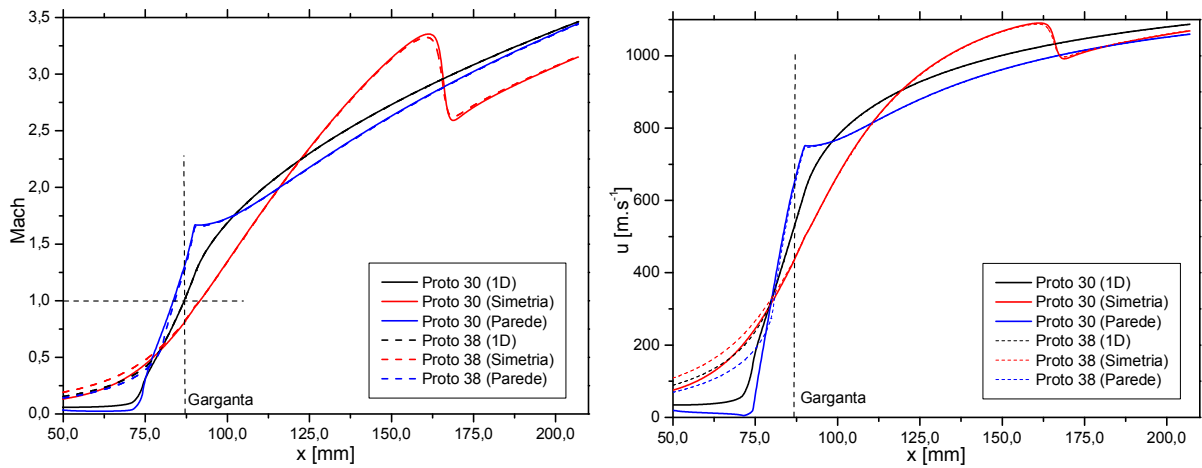
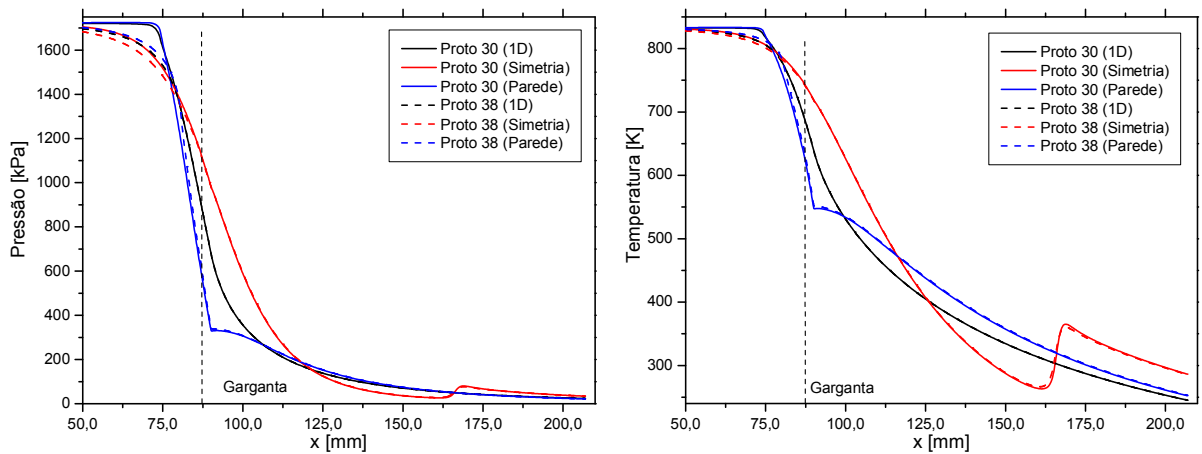


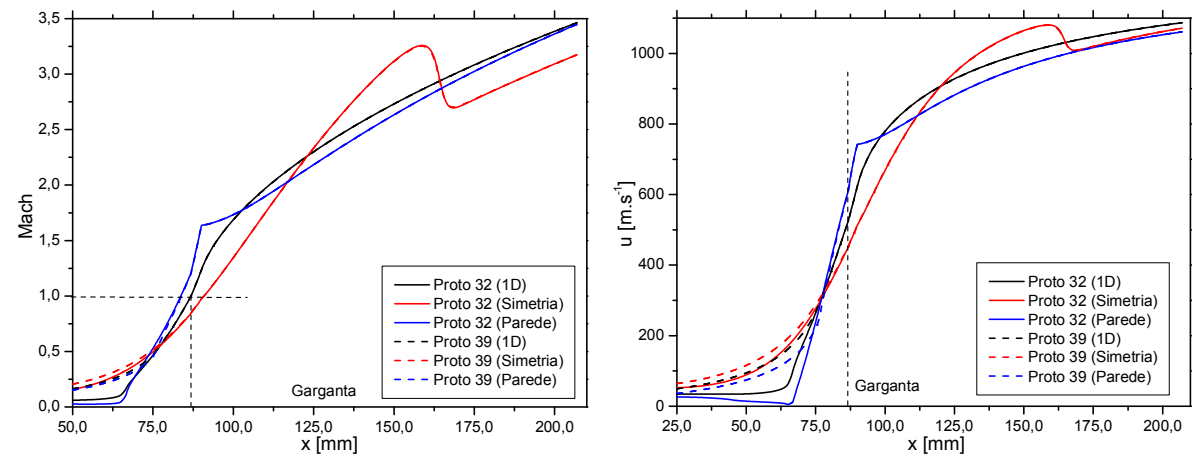
Figura D.2 - Campos de pressão e temperatura para as tubeiras Proto 31 e Proto 37



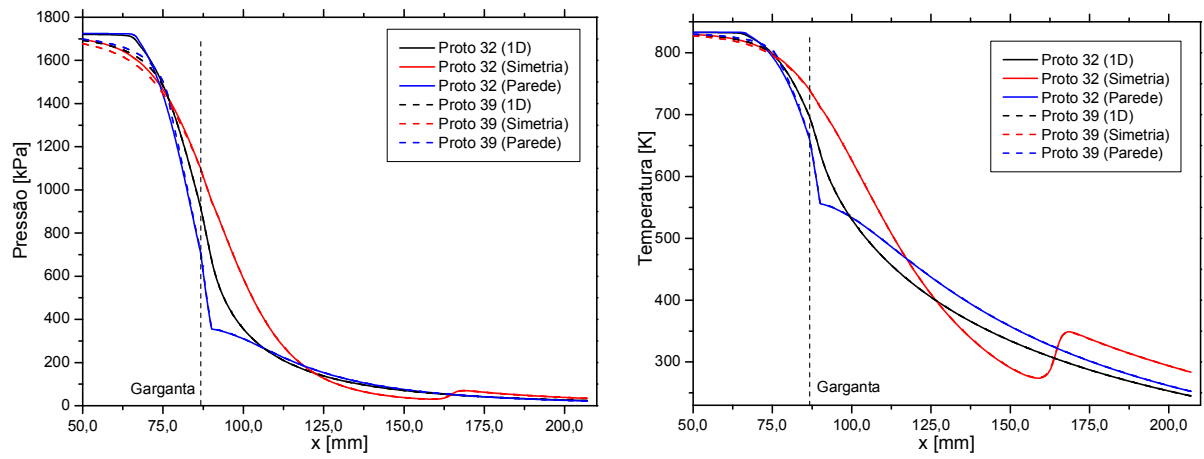
**Figura D.3 - Campos de Mach e velocidade ( $u$ ) para as tubeiras Proto 30 e Proto 38**



**Figura D.4 - Campos de pressão e temperatura para as tubeiras Proto 30 e Proto 38**



**Figura D.5 - Campos de Mach e velocidade ( $u$ ) para as tubeiras Proto 32 e Proto 39**



**Figura D.6 - Campos de pressão e temperatura para as tuberias Proto 32 e Proto 39**

## APÊNDICE E. Gráficos adicionais da seção 6.5

A seguir são mostrados alguns gráficos adicionais, com outros parâmetros, usados para comparar as tubeiras e avaliar o efeito do raio de curvatura  $R_{c2}$  (seção 6.5) sobre os parâmetros de desempenho.

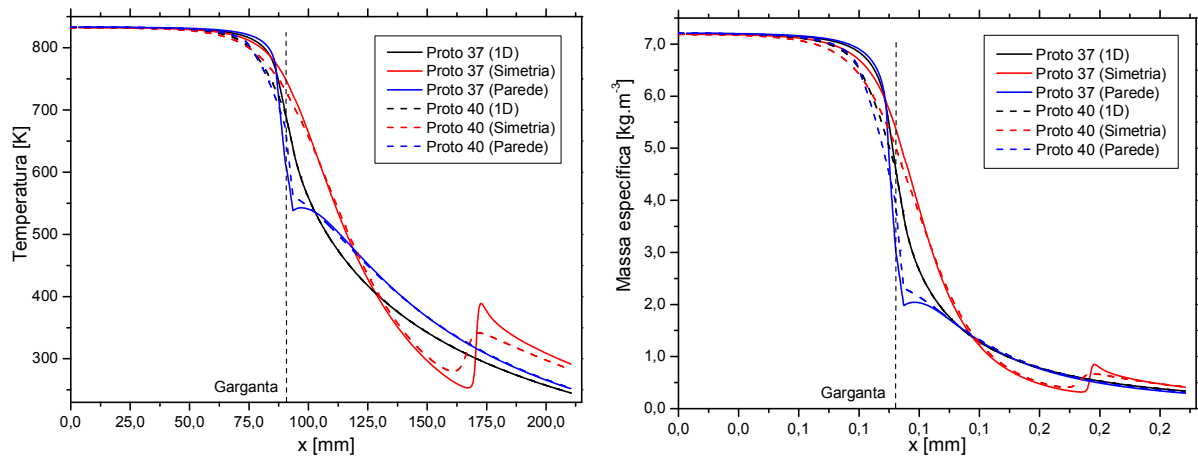


Figura E.1 – Campos de temperatura e massa específica para tubeiras Proto 37 e Proto 40

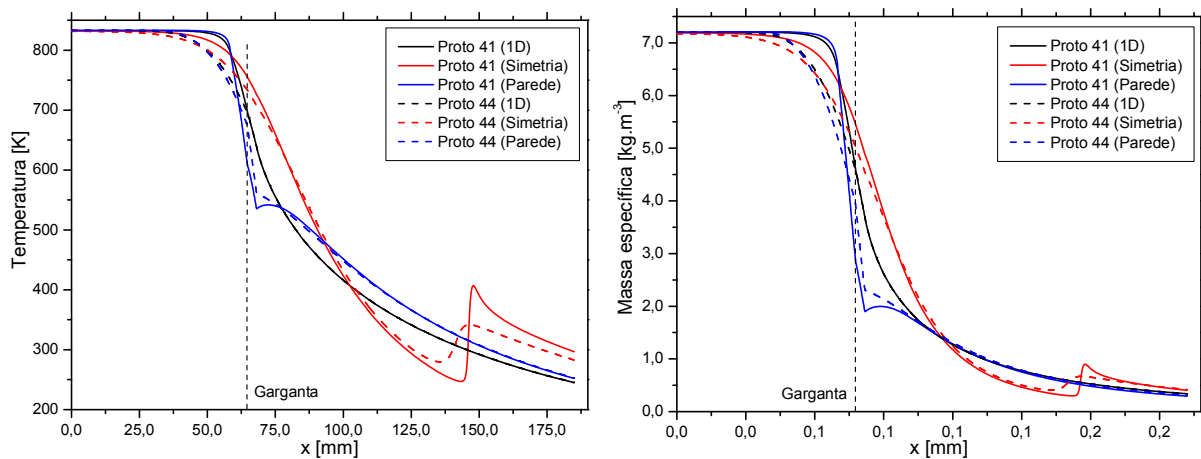
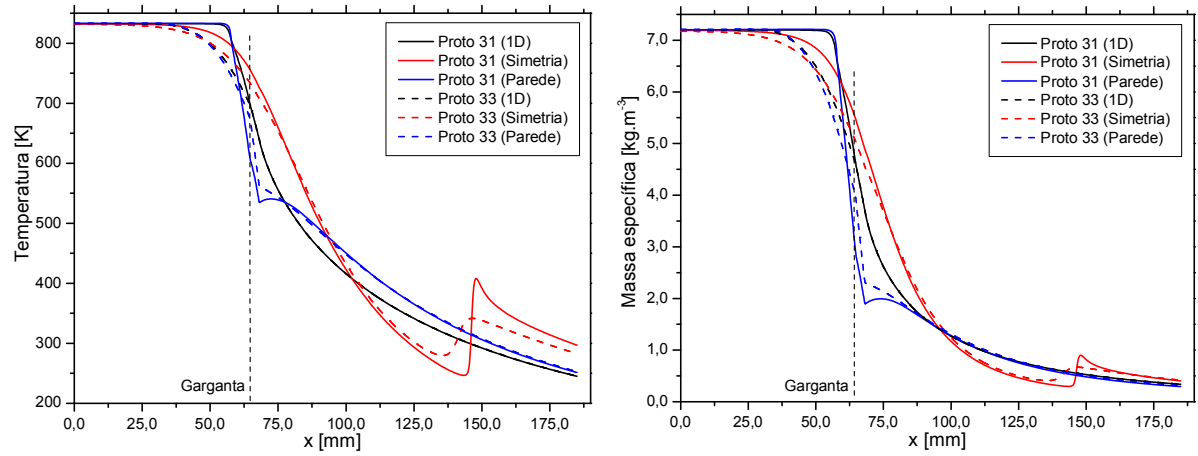


Figura E.2 - Campos de temperatura e massa específica para tubeiras Proto 41 e Proto 44



**Figura E.3 - Campos de temperatura e massa específica para tubeiras Proto 31 e Proto 33**